L'hypothèse du champ d'entraînement

Jean-Pierre Chabert (Lambesc, 2008-2022)

Table des matières

1 Avertissement

Ce document fait partie d'un ensemble centré sur la gravitation, comportant plusieurs volets, dont certains, à première vue, ne sont pas directement liés à la gravitation, mais qui seront supposés connus par la suite :

01) Gravitation relativiste : introduction

- Relativité restreinte :

02) Les vitesses en Relativité restreinte

- Physique quantique :

03) Physique quantique : généralités

04) Physique quantique : l'aventure collective

- Gravitation :

05) La relativité générale a-t-elle été prise en défaut ?

06) Gravitation relativiste : principes fondamentaux

07) Gravitation et critère de Schild

08) L'hypothèse du champ d'entraînement

09) Métriques et géodésiques

10) Tenseur de Ricci

11) Potentiel gravitationnel

12) Ni ou Schwarzschild ?

13) Gravitation et vide quantique

14) L'hypothèse du flux à double sens

15) Etude du système solaire en métrique de Ni

2 Résumé

Dans l'ensemble de notre étude de la gravitation, ce document occupe une place privilégiée. Nous cherchons ici à replacer le champ gravitationnel parmi les champs quantiques, qui, dans notre optique, s'interprètent en termes de communication entre les corps matériels, ou, si on préfère, en termes de transmission d'information. Nous plaidons pour la réhabilitation du principe de Mach. Des équations simples reliant la matière et le champ apparaissent naturellement. Nous sommes conduits à une réinterprétation de la notion de matière noire, selon un principe très simple, mais qui conduit à des calculs difficiles (en raison de la répartition discontinue de la matière).

3 Sur la notion de masse en relativité restreinte

Jusqu'ici, nous avons attribué un rôle fondamental au potentiel scalaire $\Phi = -\frac{GM}{r}$. En même temps, nous avons admis dans notre approche préliminaire que la masse M devait être une masse relativiste (maupertuisienne). Il est important de comprendre que ces notions risquent d'entrer en conflit, si nous n'y prenons pas garde. Ceci vient du fait que la masse au sens de Newton et la masse au sens d'Einstein sont de nature profondément différente.

Nous allons reprendre ici en partie la section sur la masse au repos et la masse maupertuisienne figurant dans le document : Les vitesses en Relativité restreinte.

Considérons deux corps galiléens de masses au repos m_1 et m_2 (non nulles), et de rapidités $\vec{w}_1$ et $\vec{w}_2$.

Les énergies des deux corps sont : $E_1 = m_1.c^2.ch\frac{w_1}{c}$ et $E_2 = m_2.c^2.ch\frac{w_2}{c}$; leurs impulsions sont : $p_1 = m_1.c.sh\frac{w_1}{c}$ et $p_2 = m_2.c.sh\frac{w_2}{c}$.

Pour prendre en compte la direction du déplacement, nous allons faire intervenir la rapidité sous forme vectorielle ($\vec{w}$) plutôt que réelle (w). Pour condenser les formules et les calculs, nous allons définir l'exponentielle, le cosinus et le sinus hyperboliques d'un vecteur tridimensionnel (spatial) $\vec{u}$ à l'aide de leurs développements en série, de la façon suivante :

$$e^{\vec{x}} = 1 + \vec{x} + \frac{\vec{x}^2}{2!} + \frac{\vec{x}^3}{3!} + \frac{\vec{x}^4}{4!} + \frac{\vec{x}^5}{5!} + \frac{\vec{x}^6}{6!} + ...$$

On peut démontrer très facilement, par récurrence, que les puissances de $\vec{x}$ d'exposant pair sont des réels, et que les puissances d'exposant impair sont des vecteurs parallèles à $\vec{x}$; en notant $x = ||\vec{x}||$ le module de $\vec{x}$, on peut écrire : $\vec{x}^{2n} = x^{2n}$ et $\vec{x}^{2n+1} = x^{2n}.\vec{x} = x^{2n+1}.\frac{\vec{x}}{x}$.

$$ch\vec{x} = 1 + \frac{\vec{x}^2}{2!} + \frac{\vec{x}^4}{4!} + \frac{\vec{x}^6}{6!} + \frac{\vec{x}^8}{8!} + ... = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + ...$$

$$sh\vec{x} = \vec{x} + \frac{\vec{x}^3}{3!} + \frac{\vec{x}^5}{5!} + \frac{\vec{x}^7}{7!} + \frac{\vec{x}^9}{9!} + ... = \left(x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} + ...\right).\frac{\vec{x}}{x}.$$

On voit donc que $ch\vec{x}$ est un nombre réel positif, et que $sh\vec{x}$ est un vecteur tridimensionnel ; $e^{\vec{x}} = ch\vec{x} + sh\vec{x}$ comporte une partie réelle, égale à $ch\vec{x}$, et une partie vectorielle, égale à $sh\vec{x}$. On peut dire que $e^{\vec{x}}$ est un quadrivecteur.

En relativité restreinte, le carré de la norme d'un quadrivecteur lorentzien s'obtient en retranchant le carré de sa partie vectorielle au carré de sa partie scalaire :

$$||e^{\vec{x}}||^2 = (ch\vec{x})^2 - (sh\vec{x})^2 = 1 \ ;$$
$$||e^{\vec{x}}|| = 1.$$

Cette norme est invariante, c'est-à-dire indépendante de la vitesse de l'observateur.

Posons maintenant $\vec{x} = \frac{\vec{w}}{c}$, et réécrivons de manière condensée le quadrivecteur énergie-impulsion d'une particule de masse au repos m_0 :

$$E + c.\vec{p} = m_0.c^2.ch\frac{\vec{w}}{c} + m_0.c^2.sh\frac{\vec{w}}{c} = m_0.c^2.e^{\frac{\vec{w}}{c}}.$$

Remarquons que $||E + c.\vec{p}|| = m_0.c^2.||e^{\frac{\vec{w}}{c}}|| = m_0.c^2$.

Nous allons voir qu'on peut définir aussi un produit scalaire associé à cette norme.

Imaginons par exemple deux particules de masses au repos m_1 et m_2, et de rapidités (dans un repère donné) $\vec{w}_1$ et $\vec{w}_2$. On aura alors :

$$E_1 + c.\vec{p}_1 = m_1.c^2.ch\frac{\vec{w}_1}{c} + m_1.c^2.sh\frac{\vec{w}_1}{c} = m_1.c^2.e^{\frac{\vec{w}_1}{c}} \ ;$$

$$E_2 + c.\vec{p}_2 = m_2.c^2.ch\frac{\vec{w}_2}{c} + m_2.c^2.sh\frac{\vec{w}_2}{c} = m_2.c^2.e^{\frac{\vec{w}_2}{c}}.$$

On peut écrire aussi :

$$E_1 - c.\vec{p}_1 = m_1.c^2.ch\frac{\vec{w}_1}{c} - m_1.c^2.sh\frac{\vec{w}_1}{c} = m_1.c^2.e^{-\frac{\vec{w}_1}{c}} \ ;$$

$$E_2 - c.\vec{p}_2 = m_2.c^2.ch\frac{\vec{w}_2}{c} - m_2.c^2.sh\frac{\vec{w}_2}{c} = m_2.c^2.e^{-\frac{\vec{w}_2}{c}}.$$

Considérons maintenant le système formé par les deux corps de masses m_1 et m_2. Appelons m la masse au repos de ce système, et $\vec{w}$ sa rapidité globale, ce qui signifie que :

$$E + c.\vec{p} = m.c^2.ch\frac{\vec{w}}{c} + m.c^2.sh\frac{\vec{w}}{c} = m.c^2.e^{\frac{\vec{w}}{c}} \ ;$$

$$E - c.\vec{p} = m.c^2.ch\frac{\vec{w}}{c} - m.c^2.sh\frac{\vec{w}}{c} = m.c^2.e^{-\frac{\vec{w}}{c}}.$$

Ce système aura pour énergie $E = E_1 + E_2$ et pour impulsion $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, donc :

$$m.c^2.e^{\frac{\vec{w}}{c}} = E + c.\vec{p} = (E_1 + c.\vec{p}_1) + (E_2 + c.\vec{p}_2) = m_1.c^2.e^{\frac{\vec{w}_1}{c}} + m_2.c^2.e^{\frac{\vec{w}_2}{c}}, \text{ et :}$$

$$m.c^2.e^{-\frac{\vec{w}}{c}} = E - c.\vec{p} = (E_1 - c.\vec{p}_1) + (E_2 - c.\vec{p}_2) = m_1.c^2.e^{-\frac{\vec{w}_1}{c}} + m_2.c^2.e^{-\frac{\vec{w}_2}{c}}.$$

Le produit scalaire est défini ainsi :

$$(E_1+c.\vec{p}_1).(E_2+c.\vec{p}_2) = E_1.E_2-c^2.\vec{p}_1.\vec{p}_2 = m_1.m_2.c^4.\left(ch\frac{\vec{w}_1}{c}.ch\frac{\vec{w}_2}{c} - sh\frac{\vec{w}_1}{c}.sh\frac{\vec{w}_2}{c}\right).$$

On peut démontrer que ce produit scalaire, comme la norme, est invariant, c'est-à-dire indépendant de la vitesse de l'observateur. Ceci vient du fait que

$$(E_1 + c.\vec{p}_1).(E_2 + c.\vec{p}_2) = \frac{1}{2}.\left(||E + c.\vec{p}||^2 - ||E_1 + c.\vec{p}_1||^2 - ||E_2 + c.\vec{p}_2||^2\right).$$

Effectivement :

$$||E + c.\vec{p}||^2 = E^2 - c^2.\vec{p}^2 = (E_1 + E_2)^2 - c^2.(\vec{p_1} + \vec{p_2})^2 \ ;$$

$$||E + c.\vec{p}||^2 = E_1^2 + 2.E_1.E_2 + E_2^2 - c^2.\left(\vec{p_1}^{\,2} + 2.\vec{p_1}.\vec{p_2} + \vec{p_2}^{\,2}\right) \ ;$$

$$||E + c.\vec{p}||^2 = (E_1^2 - c^2.\vec{p}_1^2) + (E_2^2 - c^2.\vec{p}_2^2) + 2.(E_1.E_2 - c^2.\vec{p}_1.\vec{p}_2) \ ;$$

$$||E + c.\vec{p}||^2 = ||E_1 + c.\vec{p_1}||^2 + ||E_2 + c.\vec{p_2}||^2 + 2.(E_1 + c.\vec{p}_1).(E_2 + c.\vec{p}_2),$$

ce qui équivaut bien à l'égalité annoncée.

On a donc :

$$m^2.c^4 = m_1^2.c^4 + m_2^2.c^4 + 2.m_1.m_2.c^4.\left(ch\frac{\vec{w}_1}{c}.ch\frac{\vec{w}_2}{c} - sh\frac{\vec{w}_1}{c}.sh\frac{\vec{w}_2}{c}\right) \ ;$$

$$m^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2.m_1.m_2.\left(ch\frac{\vec{w}_1}{c}.ch\frac{\vec{w}_2}{c} - sh\frac{\vec{w}_1}{c}.sh\frac{\vec{w}_2}{c}\right).$$

Sachant que le produit scalaire est indépendant de l'observateur, nous pouvons l'évaluer en choisissant un repère de notre choix, par exemple un repère lié au premier mobile. Dans ce repère, on a : $\vec{w_1} = \vec{0}$ et $\vec{w_2} = \vec{w_2} \ominus \vec{w_1} = \vec{w}$ (rapidité du second mobile par rapport au premier), donc :

$$m_1.m_2.\left(ch\frac{\vec{w}_1}{c}.ch\frac{\vec{w}_2}{c} - sh\frac{\vec{w}_1}{c}.sh\frac{\vec{w}_2}{c}\right) = m_1.m_2.\left(ch\frac{\vec{0}}{c}.ch\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c} - sh\frac{\vec{0}}{c}.sh\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c}\right)$$

$$= m_1.m_2.ch\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c} = m_1.m_2.ch\frac{\vec{w}}{c}.$$

Il s'ensuit que :

$$m^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2.m_1.m_2.ch\frac{\vec{w}}{c} \ ;$$

$$m = \sqrt{m_1^2 + 2.m_1.m_2.ch\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c} + m_2^2}.$$

Nous aurions pu faire une démonstration plus élégante en utilisant les égalités suivantes :

$$m.e^{\frac{\vec{w}}{c}} = m_1.e^{\frac{\vec{w}_1}{c}} + m_2.e^{\frac{\vec{w}_2}{c}}, \text{ et :}$$

$$m.e^{-\frac{\vec{w}}{c}} = m_1.e^{-\frac{\vec{w}_1}{c}} + m_2.e^{-\frac{\vec{w}_2}{c}}.$$

... puis en les multipliant membre à membre :

$$m^2 = (m_1.e^{\frac{\vec{w}_1}{c}} + m_2.e^{\frac{\vec{w}_2}{c}}).(m_1.e^{-\frac{\vec{w}_1}{c}} + m_2.e^{-\frac{\vec{w}_2}{c}}) \ ;$$

$$m^2 = m_1^2 + m_1.m_2.e^{\frac{\vec{w}_1 \ominus \vec{w}_2}{c}} + m_1.m_2.e^{\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c}} + m_2^2 \ ;$$

$$m^2 = m_1^2 + 2.m_1.m_2.ch\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c} + m_2^2.$$

Cette démonstration, très rapide, comporte cependant des pièges, et il faut bien maîtriser les propriétés des puissances de vecteurs pour l'utiliser. On pourra consulter la page Les vitesses en Relativité restreinte.

Si $\vec{w}_1 = \vec{w}_2$, on a $ch\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c} = 1$, donc :

$$m = \sqrt{m_1^2 + 2.m_1.m_2 + m_2^2} = m_1 + m_2 \ ;$$

si $\vec{w}_1 \neq \vec{w}_2$, on a $ch\frac{\vec{w}_2 \ominus \vec{w}_1}{c} > 1$, ce qui entraîne :

$$m > m_1 + m_2.$$

On voit donc que les masses au repos ne sont pas additives en relativité restreinte.

Considérons par exemple la masse M du Soleil, qui est constitué d'un très grand nombre de particules en mouvement les unes par rapport aux autres. Pour Newton, il allait de soi que cette masse M était nécessairement égale à la somme des masses de toutes ces particules, et que le potentiel produit par le Soleil en chaque point de l'espace s'obtenait en additionnant les potentiels produits par toutes ces particules. Cette linéarité disparaît en relativité.

Considérons maintenant une particule de masse au repos nulle, par exemple un photon, ayant pour énergie : $E_1 = h.\nu$, et pour impulsion : $\vec{p}_1 = \frac{h.\nu}{c}.\vec{u}$ (où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire indiquant la direction de son déplacement). On peut alors écrire :

$$E_1 + c.\vec{p}_1 = h.\nu.(1 + \vec{u}).$$

Imaginons un second photon de même fréquence, mais de direction opposée. On aura :

$$E_2 + c.\vec{p}_2 = h.\nu.(1 - \vec{u}).$$

Le système formé par ces deux photons a pour quadrivecteur énergie-impulsion :

$$E + c.\vec{p} = E_1 + c.\vec{p}_1 + E_2 + c.\vec{p}_2 = 2.h.\nu.(1 + \vec{0}).$$

Il a pour masse au repos :

$$m = 2.\frac{h.\nu}{c^2} \neq 0.$$

Reprenons cette même problématique d'une manière légèrement différente : nous supposons que, pour un observateur O donné, nos deux rayons lumineux sont toujours de directions opposées (parallèles au vecteur unitaire $\vec{u}$), mais de fréquences différentes ν_1 et ν_2. Pour un autre observateur O' de rapidité $\vec{w}$ par rapport au premier (vitesse parallèle à celles des deux photons), les fréquences de ces deux photons, ν'_1 et ν'_2, sont données par les formules :

$$\nu'_1 = \nu_1.e^{\frac{w}{c}} \quad \text{et} \quad \nu'_2 = \nu_2.e^{-\frac{w}{c}}.$$

Ceci est dû à l'effet Doppler relativiste (voir la section sur ce sujet dans le document sur les vitesses en relativité restreinte).

On pourra se ramener au cas précédent (photons de même fréquence) en faisant : $\nu'_1 = \nu'_2$, autrement dit :

$$\nu_1.e^{\frac{w}{c}} = \nu_2.e^{-\frac{w}{c}}.$$

Cette condition sera réalisée si :

$$e^{2\frac{w}{c}} = \frac{\nu_2}{\nu_1}, \quad \text{ou :} \quad e^{\frac{w}{c}} = \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}}, \quad \text{ou encore :} \quad \frac{w}{c} = Log\sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} = \frac{1}{2}.Log\frac{\nu_2}{\nu_1}.$$

On a alors :

$$\nu_1' = \nu_1.e^{\frac{w}{c}} = \nu_1.\sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} = \sqrt{\nu_1.\nu_2} \quad \text{et} \quad \nu_2' = \nu_2.e^{-\frac{w}{c}} = \nu_2.\sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}} = \sqrt{\nu_1.\nu_2}.$$

Pour le premier observateur (O) les quadrivecteurs énergie-impulsion des deux photons sont :

$$E_1 + c.\vec{p_1} = h.\nu_1 + h.\nu_1.\vec{u} \quad \text{et} \quad E_2 + c.\vec{p_2} = h.\nu_2 - h.\nu_2.\vec{u}\ ;$$

en additionnant :

$$E = E_1 + E_2 = h.(\nu_1 + \nu_2) \quad \text{et} \quad c.\vec{p} = h.(\nu_1 - \nu_2).\vec{u}.$$

De même, pour le second observateur (O') :

$$E' = h.(\nu_1' + \nu_2') \quad \text{et} \quad c.\vec{p'} = h.(\nu_1' - \nu_2').\vec{u}\ ;$$

comme $\nu_1' = \nu_2' = \sqrt{\nu_1.\nu_2}$:

$$E' = 2.h.\sqrt{\nu_1.\nu_2} \quad \text{et} \quad c.\vec{p'} = \vec{0}.$$

Ceci signifie que le système constitué de deux photons de vitesses opposées et de fréquences ν_1 et ν_2 a la même énergie-impulsion qu'une particule matérielle ayant pour masse au repos :

$$m = \frac{E'}{c^2} = \frac{2.h}{c^2}.\sqrt{\nu_1.\nu_2}$$

et pour rapidité :

$$\frac{w}{c} = \frac{1}{2}.Log\frac{\nu_2}{\nu_1}.$$

On peut remarquer encore que :

$$ch\frac{w}{c} = \frac{e^{\frac{w}{c}} + e^{-\frac{w}{c}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} + \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}}}{2} = \frac{\nu_2 + \nu_1}{2.\sqrt{\nu_1.\nu_2}}\ ;$$

$$sh\frac{w}{c} = \frac{e^{\frac{w}{c}} - e^{-\frac{w}{c}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} - \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}}}{2} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{2.\sqrt{\nu_1.\nu_2}}.$$

Notons v la vitesse :

$$\frac{v}{c} = th\frac{w}{c} = \frac{sh\frac{w}{c}}{ch\frac{w}{c}} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_2 + \nu_1}\ ;$$

$$1-\frac{v^2}{c^2}=1-\frac{(\nu_2-\nu_1)^2}{(\nu_2+\nu_1)^2}=\frac{(\nu_2+\nu_1)^2-(\nu_2-\nu_1)^2}{(\nu_2+\nu_1)^2}=\frac{4.\nu_1.\nu_2}{(\nu_2+\nu_1)^2}\ ;$$

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{2.\sqrt{\nu_1.\nu_2}}{\nu_2+\nu_1}\ ;$$

on peut vérifier que :

$$ch\frac{w}{c}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\nu_2+\nu_1}{2.\sqrt{\nu_1.\nu_2}}\ ;$$

$$E'=m.c^2.ch\frac{w}{c}=\frac{2.h}{c^2}.\sqrt{\nu_1.\nu_2}.c^2.\frac{\nu_2+\nu_1}{2.\sqrt{\nu_1.\nu_2}}=h.(\nu_1+\nu_2).$$

Revenons aux particules matérielles de masses non nulles. Considérons un ensemble de n particules. L'énergie totale est : $E=\sum_{i=1}^{n}E_i$ et l'impulsion totale est : $\vec{p}=\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i$, donc la masse totale est donnée par la formule :

$$m^2.c^4=(E+c.\vec{p}).(E+c.\vec{p})=\sum_{i=1}^{n}(E_i+c.\vec{p}_i).\sum_{j=1}^{n}(E_j+c.\vec{p}_j)\ ;$$

$$m^2.c^4=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(E_i+c.\vec{p}_i).(E_j+c.\vec{p}_j)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(E_i.E_j-c^2.\vec{p}_i.\vec{p}_j\right)\ ;$$

$$m^2.c^4=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(E_i.E_j-c^2.p_i.p_j.cos\phi_{i,j}\right),$$

où $\phi_{i,j}$ est l'angle formé par les vecteurs vitesse des particules de rangs i et j.

Dans le cas d'un ensemble de photons, on a : $E_i=c.p_i=h.\nu_i$, ce qui conduit à la formule :

$$m^2.c^4=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(h^2.\nu_i.\nu_j-h^2.\nu_i.\nu_j.cos\phi_{i,j}\right)\ ;$$

$$m^2.c^4=h^2.\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\nu_i.\nu_j.(1-cos\phi_{i,j})\ ;$$

$$m=\frac{h}{c^2}.\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\nu_i.\nu_j.(1-cos\phi_{i,j})}.$$

En raison des propriétés de la norme et du produit scalaire des quadrivecteurs énergie-impulsion, on peut dire que la masse m ainsi calculée est indépendante de l'observateur.

En théorie, un corps de masse au repos non nulle peut être reconstitué par un assemblage de particules de masses au repos nulles. Ceci ne doit pas nous étonner, puisque nous savons qu'une particule et son antiparticule peuvent se désintégrer sous forme de photons. Les particules de masse nulle (comme les photons) sont les briques à partir desquelles on peut, au moins en théorie, construire des corps de masse au repos non nulle ; mais l'inverse n'est pas vrai. Une théorie de la gravitation relativiste doit nécessairement donner le premier rôle à l'énergie-impulsion quadrivectorielle (qui possède les propriétés fondamentales : conservation et additivité), et non à la masse.

Ceci nous conduit à formuler cette conjecture (... une boutade ?) sur les particules élémentaires :

Les seules vraies particules élémentaires ont une masse au repos nulle, et leur vitesse est celle de la lumière. Toutes les autres particules sont composites. La masse au repos d'une particule composite dépend de l'énergie de liaison entre les éléments qui la composent.

Pour prendre un exemple, rappelons-nous que la masse au repos d'un noyau atomique n'est pas égale à la somme des masses des protons et neutrons qui le composent : l'énergie de liaison entre eux joue un rôle prépondérant. Quant à la masse d'un proton (ou d'un neutron), ce n'est pas la somme des masses des quarks qui le consituent (masse qui serait d'ailleurs bien difficile à définir, compte-tenu du phénomène de confinement, qui nous interdit de voir, et même de concevoir, un quark isolé). La seule chose qui se conserve, à toutes les échelles (et même dans les diagrammes de Feynman), c'est l'énergie-impulsion.

On pourrait voir une contradiction entre cette conjecture et le modèle standard actuel, selon lequel ce serait le boson de Higgs qui conférerait une masse à d'autres particules, comme les bosons W et Z, vecteurs de l'interaction faible. Nul n'est tenu d'adhérer à cette conjecture, et dans le cadre de la présente étude, peu importe qu'elle soit vraie ou fausse. Ce qui est important, c'est de garder à l'esprit qu'en relativité restreinte la notion de masse au repos est une notion globale : elle est adaptée pour décrire les objets macroscopiques et les systèmes dynamiques, en incluant toutes les formes d'énergie qui s'y manifestent ; elle n'est pas conçue pour s'appliquer aux particules élémentaires. La signification de la masse au repos, à l'échelle des particules dites élémentaires, mériterait un éclaircissement. Le boson de Higgs pourrait être un outil pour avancer dans ce décryptage, mais on est encore loin du but.

Il ne faut surtout pas prendre notre conjecture au pied de la lettre, et s'imaginer, par exemple, que toute particule peut être fabriquée en combinant des photons d'une manière adéquate. Effectivement, le spin du photon est 1 (c'est un boson), et on ne peut pas obtenir une particule de spin 1/2 (un fermion) en assemblant des bosons. Notre "boutade" n'a de signification que si on ne porte attention qu'à l'énergie-impulsion des particules, et non à leurs autres propriétés.

4 Le message gravitationnel

Dans la théorie de Newton, la présence d'un corps matériel de masse m en un point donné, à un instant donné, est instantanément perçue en tout autre point de l'espace ; on peut dire qu'une information a été transmise à une vitesse infinie. Cette information porte sur la masse (modulée, bien sûr, en fonction de la distance) du corps émetteur du message. En gravitation relativiste, d'après la relativité restreinte, l'information doit se transmettre à vitesse finie. Mais, en plus, d'après les idées que nous venons de développer ci-dessus, il est impossible que ce message porte uniquement sur la masse au repos (scalaire) du corps émetteur : il doit nécessairement porter sur son énergie-impulsion (quadrivectorielle). Nous sommes donc conduits à imaginer que chaque corps est à l'origine d'un flux d'information qui va se transmettre de proche en proche dans le vide (ou dans le champ général) ; cette information étant, par nature, comparable à une énergie-impulsion. Mais, comme elle circule dans le vide quantique, que nous nous représentons, selon l'image utilisée par la théorie quantique des champs, comme une soupe de particules virtuelles, nous parlerons d'"énergie-impulsion virtuelle".

Nous reparlerons de ce flux d'information , supposé être à l'origine du champ quadrivectoriel que nous appelons "champ d'entraînement", dans un autre document.

5 Le champ quadrivectoriel

Pour Newton, le champ gravitationnel produit par une particule quelconque est déterminé en totalité par sa masse au repos. Comme on l'a vu, la relativité restreinte nous impose d'abandonner ce modèle.

Une solution serait d'abandonner purement et simplement la notion de champ scalaire, au profit de la notion de courbure. C'est la voie choisie par Einstein.

L'autre solution (celle que nous explorons ici) consiste à déposséder la masse scalaire du rôle qui lui a été attribué par Newton, et de donner ce rôle au quadrivecteur énergie-impulsion.

La masse apparaît dans deux formules essentielles de la gravitation newtonienne : d'une part dans le calcul du potentiel $\Phi = -\frac{G.M}{r}$ (son coefficient est alors $-\frac{G}{r}$), d'autre part dans le calcul du gradient de ce potentiel, donc de l'accélération ou de la force (le coefficient étant alors $\frac{G}{r^2}$). Nous pouvons essayer de remplacer la masse par l'énergie-impulsion dans l'une ou l'autre de ces formules. Mais ces quadrivecteurs n'auront d'intérêt que s'ils sont additifs. Malheureusement, si l'un est additif, l'autre ne l'est pas. Nous allons examiner la première piste (avec la loi en $\frac{1}{r}$).

Nous allons remplacer la masse m par le quadrivecteur énergie-impulsion correspondant, de la forme $E+c.\vec{p}$, divisé par c^2 ; nous obtenons un quadrivecteur C que nous appellerons quadrivecteur d'entraînement :

$$C = G.\frac{E + c.\vec{p}}{r.c^2}.$$

Il s'agit d'un quadrivecteur dont le module est :

$$||C|| = G.\frac{||E + c.\vec{p}||}{r.c^2} = G.\frac{\sqrt{E^2 - c^2.\vec{p}^2}}{r.c^2} = G.\frac{m.c^2}{r.c^2}.$$

Mais ce quadrivecteur possède aussi une rapidité $\vec{w}$ qui est celle de la masse m par rapport à P. Le quadrivecteur peut donc s'écrire :

$$C = G.\frac{m.c^2}{r.c^2}.(ch\frac{\vec{w}}{c} + sh\frac{\vec{w}}{c}) = G.\frac{m}{r}.ch\frac{\vec{w}}{c} + G.\frac{m}{r}.sh\frac{\vec{w}}{c}.$$

Notons $\mathcal{E}$ la partie scalaire du quadrivecteur :

$$\mathcal{E} = G.\frac{m}{r}.ch\frac{\vec{w}}{c} = G.\frac{E}{r.c^2},$$

et notons $c.\vec{\mathcal{P}}$ sa partie vectorielle (tridimensionnelle) :

$$c.\vec{\mathcal{P}} = G.\frac{m.c^2}{r.c^2}.sh\frac{\vec{w}}{c} = G.\frac{c.\vec{p}}{r.c^2}.$$

Le quadrivecteur $C = \mathcal{E} + c.\vec{\mathcal{P}}$ définit le champ quadrivectoriel généré au point P par la masse m.

Si on considère maintenant un ensemble de masses m_i (que nous supposerons, pour le moment, toutes immobiles par rapport à P, pour éviter de soulever le problème de la transmission de l'information), le champ résultant, aupoint P, sera égal à la somme des champs partiels :

$$C = \sum_i C_i = G.\sum_i \frac{E_i + c.\vec{p_i}}{r_i.c^2}.$$

$$\mathcal{E} = \sum_i \mathcal{E}_i = G.\sum_i \frac{E_i}{r_i.c^2} \;;$$

$$c.\vec{\mathcal{P}} = \sum_i c.\vec{\mathcal{P}}_i = G.\sum_i \frac{c.\vec{p_i}}{r_i.c^2}.$$

Du point de vue mathématique, il faut noter une chose très importante : selon la définition proposée, le champ quadrivectoriel s'obtient par sommation de quadrivecteurs énergie-impulsion affectés de coefficients en $\frac{G}{r_i.c^2}$. Mais ces quadrivecteurs énergie-impulsion ne sont pas des quadrivecteurs quelconques : ils sont toujours de type temps (car $E^2 - c^2.p^2 \geq 0$). Or, comme nous l'avons rappelé plus haut, cette propriété se conserve par addition (la somme de deux quadrivecteurs de type temps est toujours de type temps, alors qu'il n'y a pas de propriété équivalente pour les quadrivecteurs de type espace !) et par multiplication par un scalaire positif (un quadrivecteur de type temps multiplié par un scalaire positif donne toujours un quadrivecteur de type temps). De par leur construction, les quadrivecteurs d'entraînement vont donc hériter des propriétés des quadrivecteurs énergie-impulsion. On pourrait les considérer comme des quadrivecteurs énergie-impulsion virtuels. Ils respecteront toujours cette inégalité fondamentale :

$$\mathcal{E}^2 - c^2.\vec{\mathcal{P}}^2 \geq 0.$$

Nous avons vu que la masse au repos d'un corps composite peut être définie à l'aide des énergies-impulsions de ses composantes, selon la formule :

$$m^2.c^4 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(E_i.E_j - c^2.p_i.p_j.cos\phi_{i,j}\right)\ ;$$

de la même manière, nous pouvons définir une masse virtuelle associée à l'entraînement :

$$\mathcal{M}^2.c^4 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\mathcal{E}_i.\mathcal{E}_j - c^2.\mathcal{P}_i.\mathcal{P}_j.cos\phi_{i,j}\right)\ ;$$

$$\mathcal{M}.c^2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\mathcal{E}_i.\mathcal{E}_j - c^2.\vec{\mathcal{P}}_i.\vec{\mathcal{P}}_j\right)} = \sqrt{\mathcal{E}^2 - c^2.\mathcal{P}^2}.$$

Cette masse virtuelle est la norme du quadrivecteur d'entraînement total.

Ce quadrivecteur peut s'écrire sous la forme :

$$C = \mathcal{M}.\left(ch\frac{\vec{W}}{c} + sh\frac{\vec{W}}{c}\right),\ \text{avec :}$$

$$\mathcal{M}.ch\frac{\vec{W}}{c} = \sum_i \mathcal{E}_i,\ \text{et :}$$

$$\mathcal{M}.sh\frac{\vec{W}}{c} = \sum_i c.\vec{\mathcal{P}}_i.$$

Il n'est pas exclu que ce "champ quadrivectoriel" ne soit qu'une approximation d'un "champ tensoriel" plus complexe, ayant des propriétés beaucoup plus intéressantes vis-à-vis des changements de repère. Mais pour le moment nous en restons à ce premier palier, dans lequel le quadrivecteur est supposé résumer l'ensemble de l'information associée à l'énergie-impulsion.

6 L'entraînement

La "vitesse du champ" au point considéré se calcule ainsi :

$$\frac{\vec{V}}{c} = th\frac{\vec{W}}{c} = \frac{sh\frac{\vec{W}}{c}}{ch\frac{\vec{W}}{c}} = \frac{\sum_i c.\vec{\mathcal{P}}_i}{\sum_i \mathcal{E}_i} = \frac{c.\vec{\mathcal{P}}}{\mathcal{E}}.$$

Pour calculer $\frac{\vec{V}}{c}$, il suffit de diviser la partie vectorielle du champ quadrivectoriel par sa partie scalaire.

Cette vitesse $\vec{V}$ est la vitesse associée au champ quadrivectoriel C produit au point donné (P) par l'ensemble des corps de masses m_i. C'est l'"entraînement", au sens strict.

Par la suite, nous parlerons indifféremment de "champ quadrivectoriel" ou de "champ d'entraînement".

7 L'immobilité gravitationnelle

Nous venons de définir la "vitesse du champ". Ceci nous conduit à l'"immobilité gravitationnelle" :

Un observateur situé au point P et se déplaçant précisément à la vitesse $\vec{V}$ sera dit "gravitationnellement immobile". Autrement dit, un observateur est gravitationnellement immobile si, dans son repère, la vitesse d'entraînement s'annule. Pour un tel observateur, l'entraînement s'écrit (localement) :

$$||C||.(1+\vec{0}) = \mathcal{M}.(1+\vec{0}).$$

On aurait pu penser que la relativité restreinte allait nous interdire de définir une immobilité absolue (objective). C'est le contraire que nous constatons !

Le cas du photon est particulier. Son quadrivecteur énergie-impulsion n'est pas de la forme $m.c^2.e^{\frac{\vec{w}}{c}}$, mais $h.\nu.(1+\vec{u})$, donc l'entraînement qu'il produit n'est pas de la forme $-\frac{G.m_0}{r}.e^{\frac{\vec{w}}{c}}$, mais $-\frac{h.\nu}{r}.(1+\vec{u})$. Cet entraînement n'est pas nul, mais il a une norme nulle ; c'est différent pour un ensemble de photons de directions différentes : ils produisent un entraînement de norme non nulle. Chaque photon contribue à l'entraînement global.

Voici donc les hypothèses de travail que nous sélectionnons : dans la théorie de Newton, nous remplaçons la masse au repos par le quadrivecteur énergie-impulsion, ce qui nous conduit à définir l'entraînement sous forme quadrivectorielle. Ce quadrivecteur est de type temps, lorentzien, additif. Il permet de définir des repères particuliers (dits "gravitationnellement immobiles") dans lesquels sa composante vectorielle s'annule localement. Dans un tel repère, l'entraînement est localement scalaire, ce qui permet de s'affranchir de sa partie vectorielle ; on peut alors étudier la pseudo-accélération, ou si on préfère la courbure qui lui est associée.

Lorsque nous étudierons l'influence gravitationnelle d'un corps unique (comme le Soleil), c'est ce corps qui définira l'immobilité gravitationnelle. Mais pour combiner les influences de plusieurs corps, il faudra composer leurs entraînements pour en déduire une "immobilité résultante", qui permettra de définir les repères dans lesquels les effets gravitationnels s'expriment facilement en termes de pseudo-accélération.

Cette direction de recherche n'est pas la seule possible, mais elle se base sur des hypothèses raisonnables. Ce qui est certain, c'est que la notion d'immobilité gravitationnelle n'est pas en contradiction avec la relativité restreinte ; elle résulte directement du concept d'entraînement quadrivectoriel lorentzien, concept qui, lui-même, s'impose dès lors qu'on remplace la masse au repos par l'énergie-impulsion dans les équations de Newton. Ceci est justifié par le fait que des particules de masse nulle mais d'énergie-impulsion non nulle (des photons par exemple) doivent nécessairement apporter une contribution au champ gravitationnel. De même, si on considère par exemple le champ produit par un système binaire, évalué dans un repère lié au centre de gravité, il sera déterminé par l'énergie totale du système, en vertu du principe d'équivalence, deuxième volet (voir sections sur les principes d'équivalence et sur l'effet Nordtvedt dans le document sur les métriques). Comme on le verra dans le document sur les systèmes binaires, cette énergie est donnée par la formule :

$$E = \frac{m_1.m_2}{m_1 + m_2}.c^2.e^{-\frac{G.(m_1+m_2)}{r.c^2}}.ch\frac{w}{c}.$$

Ceci signifie qu'elle ne dépend pas seulement des masses au repos m_1 et m_2 des deux astres, mais aussi de leur distance relative r et de leur rapidité relative w. Donc le calcul du champ produit par un tel système doit nécessairement prendre en compte l'état de mouvement des deux astres.

Une autre chose doit être clairement affirmée : ce n'est pas parce-que deux repères sont gravitationnellement immobiles qu'ils sont nécessairement immobiles l'un par rapport à l'autre. Par exemple, un point P_1 situé très près d'une planète A_1 sera gravitationnellement immobile s'il accompagne cette planète (car dans son voisinage c'est le champ gravitationnel de cette planète, ou son entraînement, qui est largement dominant). De même pour un point P_2 situé près d'une planète A_2. Mais, les planètes A_1 et A_2 étant en mouvement l'une par rapport à l'autre, les points P_1 et P_2, bien que gravitationnellement immobiles, sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. Les temps associés à ces deux repères sont différents.

8 L'immobilité canonique

Au lieu de définir une immobilité gravitationnelle, issue de réflexions sur la gravitation, nous aurions pu définir une immobilité canonique, issue de réflexions sur l'électromagnétisme et sur la mécanique quantique. Si on se reporte aux paragraphes sur la "fonction canonique de communication immédiate" (document sur la "physique quantique, généralités") et sur la "fonction d'onde de Schrödinger" (document sur la "physique quantique, l'aventure collective"), on s'aperçoit que la transmission de l'information gravitationnelle, telle que nous l'avons décrite, est une banale transmission canonique d'information par communication immédiate. Si on part de l'électromagnétisme macroscopique, on peut considérer qu'un corps chargé produit un champ électrique qui se transmet de proche en proche à la vitesse c. L'étude de ce champ permet de remonter à la charge, à la position et à la vitesse du corps en question. Ce champ définit la notion d'immobilité par rapport au corps en question. Il dérive d'un potentiel qui a une particularité : son d'alembertien est nul dans le vide. Ceci se transpose immédiatement à la gravitation, en remplaçant la charge par la masse ; nous retrouverons dans le document sur le potentiel gravitationnel des propriétés qui montrent bien la parenté formelle entre potentiel gravitationnel et potentiel électrique (ou quadripotentiel électromagnétique). Quant à la fonction d'onde de Schrödinger, qui s'applique à tout type de particule, elle s'appuie elle aussi sur une solution élémentaire qui n'est autre que la fonction canonique de communication immédiate. Ceci nous conduit à penser que cette fonction joue un rôle central, ou si on préfère transversal : elle n'est pas spécifiquement liée à l'électromagnétisme, ni à la gravitation, ni à un quelconque type de particule, mais intervient chaque fois qu'il y a transmission d'une information à la vitesse c. C'est la signature d'un espace-temps localement minkowskien (et lorentzien). Le d'alembertien nul dans le vide est une propriété très générale.

Or tout champ basé sur une telle communication immédiate canonique permet de définir une immobilité canonique, grâce aux règles simples de la relativité restreinte.

9 Le statut du temps local

Dans la mesure où nous admettons l'existence d'une "immobilité gravitationnelle", qui est une sorte d'"immobilité absolue" (qui n'est pas donnée à priori, mais qui résulte de la répartition de l'énergie-impulsion dans l'Univers), nous devons admettre aussi une sorte de "temps local absolu" (qui est le temps local associé à un repère gravitationnellement immobile). Nous l'avons noté t_{loc}. Ce point de vue n'est pas en accord avec les théories qui, comme la relativité générale, considèrent que seul le temps propre possède une réalité objective, mais se rapproche davantage d'autres théories, comme celle de Papapetrou.

10 Entraînement, principe de Mach et inertie

Les particules réelles échangent entre elles de l'énergie-impulsion réelle, lors d'interactions. En même temps, nous avons admis qu'elles transmettent aux particules virtuelles du vide quantique une information de type "énergie-impulsion virtuelle". En chaque point, l'Univers matériel réel, dans sa totalité, intervient pour définir l'énergie-impulsion virtuelle totale du vide, donc l'entraînement local, et l'immobilité locale. Ces données définissent ce qu'on pourrait appeler la structure locale du vide, qui peut s'exprimer en termes de courbure.

Ceci nous conduit au principe de Mach, dont nous avons déjà parlé dans le document sur les "Principes fondamentaux".

En physique théorique, le principe de Mach est une conjecture selon laquelle l'inertie des objets matériels serait induite par « l'ensemble des autres masses présentes dans l'Univers », par une interaction non spécifiée (définition tirée de Wikipedia). C'était l'une des principales pistes de travail choisies par Einstein pour aborder l'étude de la gravitation. Par la suite, il a renoncé à ce principe, qu'il a jugé incompatible avec l'idée directrice qu'il avait sélectionnée, à savoir la covariance totale.

Dans la présentation que nous venons de faire, la matière (réelle), par des flux d'énergie-impulsion quadrivectorielle virtuelle, agit sur le vide quantique. Ce flux d'énergie-impulsion se traduit par un potentiel quadrivectoriel qui modifie la géométrie de l'espace-temps (dont le support est le vide quantique). Réciproquement, cette géométrie guide les flux d'énergie-impulsion. On peut donc dire que la répartition de la matière dans l'Univers dicte la courbure de l'espace-temps en chaque point, et que cette courbure dicte sa trajectoire à chaque corps matériel.

Comme nous le verrons plus loin, ce flux pourrait être à double sens.

Si nous admettons le principe de Mach (ce qui s'impose, compte-tenu des choix que nous avons faits jusqu'ici), nous pouvons redéfinir la loi d'inertie de Newton de la façon suivante : un corps matériel (particule, astre quelconque...), situé en un point M, possède un vecteur vitesse. Ce vecteur est défini par rapport à l'immobilité gravitationnelle, qui est elle-même définie, au point M, par le reste de l'Univers. Le principe d'inertie dit que ce vecteur ne varie pas sans raison (un choc par exemple, ou un échange d'énergie-impulsion selon une loi physique connue ; disons : une "catastrophe"). L'inertie est la traduction cinématique du non-événement. Les repères inertiels de l'espace-temps courbe correspondent aux repères galiléens de l'espace-temps euclidien de Newton. L'existence de ces repères privilégiés est justifiée par le principe de Mach, ou, ce qui revient au même, par l'existence du champ d'entraînement.

Plusieurs physiciens (dont Einstein lui-même, comme nous l'avons rappelé) ont cherché à construire une théorie de la gravitation respectant le principe de Mach. Si ce principe est vrai, alors chaque corps doit nécessairement agir sur le vide qui l'entoure, en lui transmettant une information concernant sa masse, ou plus précisément son énergie-impulsion, si nous voulons que la relativité restreinte soit respectée. C'est ce qui nous conduit à la notion de "champ d'énergie-impulsion virtuelle" (ou "champ d'entraînement"). Mais, comme nous l'avons vu, cette notion conduit à celle d'"immobilité gravitationnelle", qui en est une conséquence inévitable. Le principe de Mach implique donc l'existence de repères privilégiés (leur "privilège" n'étant pas "de droit divin", mais justifié par la répartition de la matière, ou plutôt de l'énergie-impulsion, dans l'Univers). On peut penser que c'est l'une des raisons pour lesquelles Einstein a abandonné cette voie : pour lui, une théorie physique aboutie doit rejeter les repères privilégiés. Il considérait probablement la relativité restreinte comme une théorie imparfaite, puisqu'elle est basée sur la transformation de Lorentz, qui permet de passer d'un repère galiléen à un autre, mais laisse les repères accélérés hors jeu. Dans son esprit, la théorie ultime (la relativité générale) devait être invariante de forme non seulement par la transformation de Lorentz, mais par tous les changements de référentiels. Nous savons qu'une théorie qui s'exprime par une égalité tensorielle est, précisément, invariante par tous les changements de référentiels. C'est la voie choisie par Einstein pour "dépasser" la relativité restreinte.

Mon opinion personnelle est que cette idée d'une "théorie parfaite" (totalement covariante) est un leurre. Le principe de Mach me semble beaucoup plus proche de la réalité physique, et la prodigieuse richesse de la transformation de Lorentz (donc de la relativité restreinte) ne me semble pas encore totalement explorée. Quant au problème des repères accélérés, ne nous imaginons pas qu'il peut être résolu par la relativité générale !

On dit quelquefois que le principe de Mach a été contredit par l'expérience. C'est inexact : c'est la conception de ce principe, telle qu'elle a été formalisée par Brans et Dicke (à l'aide d'un champ scalaire à paramètre ajustable), qui a été critiquée. Il nous semble, au contraire, que la nécessité de faire appel aux repères comobiles en cosmologie est un argument fort en faveur de ce principe.

11 Les deux démarches

En relativité générale, la présence de matière/énergie est modélisée grâce au tenseur d'énergie-impulsion (qui, bien sûr, s'annule dans le vide). Ce tenseur produit des effets qu'on peut schématiser par une chaîne de causes et de conséquences :

1) Dans un premier temps, le tenseur énergie-impulsion engendre une courbure de l'espace-temps, en tout point où il est non nul (donc en tout point où il y a de la matière, et nulle part ailleurs). Cette courbure est purement géométrique ; elle s'exprime par le tenseur de Riemann (qui contient le tenseur de Ricci).

2) Dans un second temps, la courbure ainsi définie se propage dans le vide, sans support matériel, selon une règle simple : le tenseur de Ricci doit être nul partout dans le vide, ce qui impose une contrainte forte au tenseur de Riemann. Autrement dit, le tenseur de Riemann se propage à tenseur de Ricci nul. Cette propagation se fait dans un vide purement géométrique, immatériel, qui n'existe que par sa courbure.

3) Cette courbure du vide (ou de l'espace-temps) dicte le déplacement des mobiles matériels, qui, en l'absence d'interactions, suivent des géodésiques.

Ce schéma est caduc dès lors qu'on s'appuie sur une métrique comme celle de Ni. L'idée du champ d'entraînement suppose une inversion des rôles. La présence de matière/énergie peut toujours être modélisée par un quadrivecteur, ou un tenseur, d'énergie-impulsion ; mais ensuite l'enchaînement des causes et des conséquences diffère :

1) Dans un premier temps, l'énergie-impulsion de la matière (réelle) fait connaître son existence au monde qui l'entoure grâce à un message qui se transmet de proche en proche (ou, mieux, selon le principe d'immédiateté) ; ce message peut être modélisé sous la forme d'une énergie-impulsion "virtuelle" (quadrivectorielle ou tensorielle) ; il est transmis par le vide quantique, peuplé ou non de "particules virtuelles". C'est un champ d'énergie-impulsion virtuelle, au sens de la théorie quantique des champs.

2) Dans un second temps, ce champ définit en chaque point, à chaque instant, une quantité scalaire appelée potentiel gravitationnel.

3) Dans un troisième temps, ce potentiel définit une courbure spatio-temporelle, et par conséquent des géodésiques, d'où découlent les trajectoires des corps matériels inertiels.

Ce scénario a l'avantage d'utiliser des concepts connus de la théorie quantique des champs : cette théorie connaît parfaitement l'énergie-impulsion, puisque c'est l'un de ses concepts de base ; alors qu'elle ignore la notion de "champ de courbure", car la courbure pure est une notion géométrique et non physique. La courbure peut résulter d'un phénomène physique, mais elle ne peut pas être le seul moteur de la gravitation.

Cette inversion des rôles a une importance capitale, qui sera développée dans le document sur la gravitation et le vide quantique.

Einstein a voulu faire une théorie géométrique (tout est basé sur la courbure) et purement locale : la matière agit sur la courbure seulement au point où elle se trouve. Mais la mécanique quantique nous prouve que la physique n'est pas locale : la matière peut agir sur la matière, ou signer des contrats, à distance, par le biais de messages virtuels et évanescents, régis par le principe d'immédiateté.

12 Analogies avec l'électromagnétisme relativiste

Nous voudrions développer la seconde démarche, et suivre la voie qui nous a été ouverte par la métrique de Ni.

Nous remarquons avec une certaine surprise que le champ d'entraînement, tel que nous venons de le définir, ressemble au quadripotentiel électromagnétique $\tilde{A}$ utilisé en électromagnétisme relativiste.

Mais au fait, est-ce vraiment si étonnant ? Non, dans la mesure où une particule de masse m "manifeste sa présence" (ou "agit gravitationnellement sur son voisinage") selon une loi en $\frac{1}{r^2}$ (ou un potentiel en $\frac{1}{r}$), un peu comme une particule de charge q "agit électriquement sur son voisinage" (même si l'orientation des "forces" diffère). La notion de quadripotentiel électromagnétique a été conçue pour gérer le plus économiquement possible les changements de référentiels dans le cadre de la relativité restreinte. Le même formalisme peut s'adapter facilement à la gravitation.

Comme nous le verrons dans le document sur le potentiel gravitationnel, cette loi en $\frac{1}{r^2}$ conduit à un potentiel en $\frac{1}{r}$ qui possède une propriété remarquable : son laplacien est nul dans le cadre de la théorie de Newton ; dès qu'on fait intervenir la relativité restreinte, c'est le d'alembertien qui hérite de cette propriété. Or la nullité du d'alembertien du potentiel électromagnétique a une importance capitale en électromagnétisme relativiste. Le potentiel gravitationnel newtonien pourrait bien avoir des propriétés analogues : c'est une main tendue entre la gravitation et la relativité.

Mais, en plus, le potentiel gravitationnel de Newton, comme le potentiel électromagnétique, est défini à une constante près, donc relatif. Cette propriété du potentiel électromagnétique en a fait le prototype des théories de jauge, si importantes en physique moderne. Pourquoi laisser le potentiel gravitationnel sur la touche ? N'est-il pas, avant la lettre, le premier exemple des théories de jauge ?

L'une des différences entre gravitation et électromagnétisme est que le quadripotentiel électromagnétique est destiné à gérer à la fois les deux volets : électricité et magnétisme, alors que la gravitation, jusqu'à preuve du contraire, ne possède qu'un seul volet, qui s'apparente plus à l'électricité qu'au magnétisme. Le recours à un quadripotentiel est évidemment très utile en électromagnétisme, parce-qu'on souhaite travailler simultanément sur les deux volets (électricité et magnétisme), qui sont étroitement imbriqués ; on pourrait croire qu'il ne peut rien apporter à la gravitation, puisqu'elle ne comporte qu'un seul volet. Ce serait une erreur : dans le domaine de la gravitation, c'est l'énergie-impulsion quadivectorielle qu'il faut manipuler, et c'est donc, ici aussi, le quadripotentiel qui est l'objet adapté pour travailler avec la transformation de Lorentz.

Malgré cette différence, l'électromagnétisme relativiste peut nous donner des idées dans la recherche d'un formalisme adapté à la gravitation.

Il y a bien entendu une autre différence : la gravitation a la propriété unique de modeler l'epace-temps. Nous avons abordé ce sujet avec le critère de Schild ; il sera développé plus loin.

13 La matière

Pour utiliser un formalisme inspiré par celui de l'électromagnétisme relativiste, il faut commencer par définir une densité d'impulsion de la matière (comme on définit la densité de courant en électromagnétisme relativiste).

Si on considère une masse m_0 dans un volume V_0, pour un observateur lié à cette masse, la densité est : $\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}$. Pour un autre observateur se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ (à la rapidité $\vec{w}$) par rapport au premier, la masse au repos est inchangée, mais le volume est "contracté" selon la direction du déplacement, donc : $m = m_0$ et $V = \frac{V_0}{ch\frac{w}{c}}$, donc $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0.ch\frac{w}{c}}{V_0} = \rho_0.ch\frac{w}{c}$.

Notons $\vec{i}$ la densité d'impulsion :

$$\vec{i} = \rho.\vec{v} = \rho_0.c.sh\frac{\vec{w}}{c}.$$

De même que nous avons noté $(E,\ c.\vec{p}) = m_0.c^2.(ch\frac{w}{c},\ sh\frac{\vec{w}}{c})$ le quadrivecteur d'énergie-impulsion d'un mobile, nous noterons la densité d'énergie-impulsion de la façon suivante :

$$\tilde{m}.c^2 = (e,\ c.\vec{i}) = \frac{m_0.c^2}{V_0}.(ch\frac{w}{c},\ sh\frac{\vec{w}}{c}) = \rho_0.c^2.(ch\frac{w}{c},\ sh\frac{\vec{w}}{c}) = \rho.c^2.\left(1,\ \frac{\vec{v}}{c}\right)\ ;$$

$$\tilde{m}.c^2 = \frac{m_0.c^2}{V_0}.ch\frac{w}{c}.\left(1,\ \frac{\vec{v}}{c}\right).$$

Dans la notation $\tilde{m}$, la lettre m est l'initiale de "matière", ou de "masse", mais dans ce contexte la matière (ou la masse) n'existent qu'en tant que quadrivecteur d'énergie-impulsion. Le tilde est justement destiné à rappeler qu'il s'agit d'un quadrivecteur.

Cette densité d'énergie-impulsion $\tilde{m}.c^2$ comporte une première partie scalaire : $e = \rho.c^2$ (c'est la densité d'énergie) et une partie vectorielle : $\vec{i}.c^2 = \rho.c.\vec{v}$ (densité d'impulsion).

L'intérêt de ce quadrivecteur est qu'il se transforme selon la matrice de Lorentz.

14 Le champ

Le "champ" dont il s'agit ici est le "champ d'entraînement", autrement dit le quadripotentiel gravitationnel.

Une masse m_0 produit un quadripotentiel $\tilde{\Phi}_0$ qui, mesuré à la distance r_0 (évaluée dans son repère propre), s'écrit : $\tilde{\Phi}_0 = -\frac{G.\tilde{m}}{r_0.c^2}$.

$$\tilde{\Phi}_0 = -\frac{G.m_0}{V_0.r_0}.ch\frac{w}{c}.\left(1,\ \frac{\vec{v}}{c}\right).$$

Nous supposerons que, dans le vide (donc en l'absence de source), ce quadripotentiel se propage selon une règle simple, qui est, bien sûr, la règle classique de la gravitation newtonienne (voir document sur le potentiel) :

$$\square\tilde{\Phi}_0 = 0.$$

En chaque point les champs partiels produits par tous les corps proches ou lointains se combinent selon l'addition quadrivectorielle, exactement comme des quadrivecteurs énergie-impulsion (mais sous forme virtuelle), donnant une résultante de la forme : $\tilde{\Phi} = \Phi.ch\frac{w}{c}.\left(1,\ \frac{\vec{v}}{c}\right)$, où le scalaire Φ est l'opposé de la norme du quadrivecteur $\tilde{\Phi}$. Il existe un repère privilégié dans lequel $\tilde{\Phi} = \Phi.(1,\ \vec{0})$. Ce scalaire Φ est l'équivalent du potentiel gravitationnel newtonien.

La formule $\square\tilde{\Phi}_0 = 0$ est vraie (dans le vide) pour le champ créé par une particule unique immobile, mais elle se généralise au champ créé par une particule en mouvement, ou par une multitude de particules, d'après la linéarité du d'alembertien. On peut donc écrire :

$$\square\tilde{\Phi} = 0.$$

Il existe une étroite parenté entre la densité d'énergie-impulsion $\tilde{m}$ et le quadripotentiel $\tilde{\Phi}$: la première joue le rôle de source.

On peut donc admettre l'égalité : $\Box\tilde{\Phi} = 0$ comme la loi fondamentale de propagation du quadripotentiel dans le vide (en l'absence de "source"). Mais que se passe-t-il en présence de "source" (donc de matière possédant une énergie-impulsion propre) ?

15 La matière et le champ

C'est ici qu'intervient la loi de Poisson, dont nous parlerons plus longuement dans le document sur le potentiel. Ecrivons-la sous sa forme classique :

$$\Delta\Phi = -4.\pi.G.\rho.$$

Dans cette formule, ρ est la densité locale de matière mesurée par un observateur immobile par rapport à elle. Si on veut pouvoir passer à un observateur local en mouvement, on peut, en première approximation, écrire :

$$\Box\Phi = 4.\pi.G.\rho.$$

Contrairement à Δ, l'opérateur $\Box$ est compatible avec la relativité restreinte. Mais la densité de masse au repos ρ n'étant pas lorentzienne, il faut la remplacer par $\frac{\tilde{m}}{c^2}$ (densité d'énergie-impulsion, divisée par c^2).

Ce n'est pas tout : il faut faire de même pour le potentiel, qu'on va remplacer par le quadripotentiel $\tilde{\Phi}$. On obtient alors :

$$\Box\tilde{\Phi} = 4.\pi.G.\frac{\tilde{m}}{c^2}.$$

Cette égalité relie le champ général (quadripotentiel généré par une multitude de particules, proches ou lointaines), situé dans le membre de gauche, à la matière locale, qui intervient par son énergie-impulsion (membre de droite).

Dans le vide, $\tilde{m}$ s'annule, et on retrouve l'égalité : $\Box\tilde{\Phi} = 0$: c'est la loi de propagation du champ dans le vide.

Ces égalités sont censées résumer deux choses :

- comment la matière (modélisée par sa densite d'énergie-impulsion $\tilde{m}$) agit sur le champ ;

- comment le champ se propage.

On remarque plusieurs points communs avec l'électromagnétisme relativiste. Ce sont :

- la notion de quadripotentiel ;

- la notion de propagation du champ dans le vide selon une loi simple compatible avec la relativité restreinte (ici : $\Box\tilde{\Phi} = 0$) ;

- la notion de source, rôle joué ici par la densité d'énergie-impulsion de la matière.

Jusqu'ici, nous avons raisonné comme si l'espace-temps était celui de Minkowski ; si on fait intervenir la courbure, il convient de faire intervenir la notion de transport parallèle, et celle de dérivée covariante.

16 La triple problématique de la gravitation

Etudier la gravitation relativiste, c'est chercher à répondre à trois questions :

1) Comment la matière (plus exactement l'énergie-impulsion) agit-elle sur le champ gravitationnel ?

2) Comment le champ se propage-t-il ?

3) Comment ce champ courbe-t-il l'espace-temps ?

Nous venons de voir qu'on peut répondre facilement aux deux premières questions ; les options que nous avons choisies s'apparentent de très près à l'électromagnétisme, ou plus exactement à sa facette "électricité", et non "magnétisme" ; le champ électrique (quadrivectoriel) étant remplacé par un champ d'énergie-impulsion quadrivectorielle. Ceci nous conduit à une ébauche de théorie particulièrement simple (beaucoup plus simple que l'électromagnétisme).

Mais ce qui fait la spécificité de la gravitation, c'est la courbure de l'espace-temps qui en découle. Il nous reste donc à répondre à la troisième question : comment le champ gravitationnel courbe-t-il l'espace-temps ?

On peut déjà dire que le potentiel scalaire Φ défini ci-dessus (l'opposé de la norme du quadripotentiel), étant l'équivalent du potentiel newtonien, doit avoir la propriété de modifier les règles et les horloges locales, selon les principes que nous avons vus dans le document "Gravitation relativiste et critère de Schild", et qui se résument ainsi :

$$dt_{dist} = e^{-\frac{\Phi}{c^2}}.dt_{loc} \quad \text{et} \quad dl_{dist} = e^{\frac{\Phi}{c^2}}.dl_{loc}.$$

Rappelons que l'observateur local doit être "immobile", cette "immobilité" étant définie par le quadripotentiel lui-même.

Pourquoi cette loi et non une autre ? On ne pourra probablement jamais répondre de manière définitive à cette question, mais on verra, dans le document sur les "Métriques", qu'une théorie tentant de concilier deux lectures de la gravitation, l'une basée sur la courbure de l'espace-temps et l'autre sur la notion de force, nous conduit à ces équations.

Mais c'est surtout dans le document "Gravitation et vide quantique" que nous mettrons en évidence les indices les plus simples et les plus cohérents, qui convergent vers ces formules reliant la courbure au potentiel, qui sont celles de la métrique de Ni. Cette argumentation est le cœur de notre travail.

Mais nous y ébaucherons aussi quelques idées sur la possibilité d'une nature probabiliste de la gravitation, qui confortent, elles aussi, certains aspects de la métrique de Ni (au moins sa nature pré-relativiste).

17 Tenseur énergie-impulsion

Jusqu'ici, nous avons parlé du quadrivecteur énergie-impulsion, mais il peut être intéressant d'utiliser le tenseur énergie-impulsion. Nous allons le présenter à deux niveaux : d'abord sous une forme simplifiée (sans pression), puis de manière complète (avec la pression).

Dans les équations de la relativité générale, c'est le tenseur énergie-impulsion ($T^{\mu\nu}$) de la matière qui courbe l'espace-temps. Ce tenseur est construit à partir du quadrivecteur énergie-impulsion de la matière réelle en considérant son flux à travers des surfaces unitaires orientées selon les différents axes. On pose (ou on démontre à partir d'hypothèses plus sophistiquées) cette définition simplifiée :

$$T^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.u^\mu.u^\nu,$$

où $\rho_0 = \frac{dm_0}{dV_0}$ est la densité locale - c'est-à-dire le rapport entre la masse infinitésimale (dm_0) et le volume local infinitésimal (dV_0) dans lequel elle est incluse - et u la quadrivitesse :

$$u = ch\frac{w}{c}.(1,\ \frac{v_1}{c},\ \frac{v_2}{c},\ \frac{v_3}{c}),\ \ \text{donc :}$$

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\ \ u^1 = \frac{\frac{v_1}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\ \ u^2 = \frac{\frac{v_2}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\ \ u^3 = \frac{\frac{v_3}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

$$T^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.ch^2\frac{w}{c}.\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{v_1}{c} \\ \frac{v_2}{c} \\ \frac{v_3}{c} \end{pmatrix}.\left(1\ ;\ \frac{v_1}{c}\ ;\ \frac{v_2}{c}\ ;\ \frac{v_3}{c}\right)\ ;$$

$$T^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.ch^2\frac{w}{c}.\begin{pmatrix} 1 & \frac{v_1}{c} & \frac{v_2}{c} & \frac{v_3}{c} \\ \frac{v_1}{c} & \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 & \frac{v_1.v_2}{c^2} & \frac{v_1.v_3}{c^2} \\ \frac{v_2}{c} & \frac{v_1.v_2}{c^2} & \left(\frac{v_2}{c}\right)^2 & \frac{v_2.v_3}{c^2} \\ \frac{v_3}{c} & \frac{v_1.v_3}{c^2} & \frac{v_2.v_3}{c^2} & \left(\frac{v_3}{c}\right)^2 \end{pmatrix}.$$

Le produit matriciel ci-dessus est un produit direct, à ne pas confondre avec le produit scalaire :

$$ch^2\frac{w}{c}.\left(1\ ;\ -\frac{v_1}{c}\ ;\ -\frac{v_2}{c}\ ;\ -\frac{v_3}{c}\right).\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{v_1}{c} \\ \frac{v_2}{c} \\ \frac{v_3}{c} \end{pmatrix} = 1.$$

Remarquons encore que, lorsqu'on modifie la vitesse de l'observateur local, le quadrivecteur vitesse du mobile se transforme grâce à la matrice de Lorentz L. On a alors (en supposant les axes ortogonaux) :

$$ch\frac{w'}{c}.\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{v'_1}{c} \\ \frac{v'_2}{c} \\ \frac{v'_3}{c} \end{pmatrix} = ch\frac{w}{c}.L.\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{v_1}{c} \\ \frac{v_2}{c} \\ \frac{v_3}{c} \end{pmatrix},\ \text{et également :}$$

$$ch\frac{w'}{c}.\left(1\ ;\ -\frac{v'_1}{c}\ ;\ -\frac{v'_2}{c}\ ;\ -\frac{v'_3}{c}\right) = ch\frac{w}{c}.\left(1\ ;\ -\frac{v_1}{c}\ ;\ -\frac{v_2}{c}\ ;\ -\frac{v_3}{c}\right).L.$$

Il en résulte que $T'^{\mu\nu} = L.T^{\mu\nu}.L$.

Illustrons ceci par un exemple simple ; plaçons-nous d'abord dans le cas où $v_2 = v_3 = 0$ (il suffit de choisir l'orientation convenable des axes) ; on a alors : $v = v_1$, $w = w_1$, et :

$$T^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch\frac{w}{c} \\ sh\frac{w}{c} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.\left(ch\frac{w}{c}\ ;\ sh\frac{w}{c}\ ;\ 0\ ;\ 0\right)\ ;$$

$$T^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch^2\frac{w}{c} & ch\frac{w}{c}.sh\frac{w}{c} & 0 & 0 \\ ch\frac{w}{c}.sh\frac{w}{c} & ch^2\frac{w}{c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Supposons, de plus, que la rapidité w_o du nouvel observateur par rapport au premier soit parallèle à w ; ceci nous autorise à conserver une seule dimension spatiale, ce qui allègera l'écriture. On aura alors :

$$L = \begin{pmatrix} ch\frac{w_o}{c} & -sh\frac{w_o}{c} \\ -sh\frac{w_o}{c} & ch\frac{w_o}{c} \end{pmatrix}\ ;$$

$$T^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch\frac{w}{c} \\ sh\frac{w}{c} \end{pmatrix}.\left(ch\frac{w}{c}\ ;\ sh\frac{w}{c}\right) = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch^2\frac{w}{c} & ch\frac{w}{c}.sh\frac{w}{c} \\ ch\frac{w}{c}.sh\frac{w}{c} & ch^2\frac{w}{c} \end{pmatrix}.$$

Calculons la quadrivitesse évaluée par le nouvel observateur :

$$\begin{pmatrix} ch\frac{w'}{c} \\ sh\frac{w'}{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\frac{w_o}{c} & -sh\frac{w_o}{c} \\ -sh\frac{w_o}{c} & ch\frac{w_o}{c} \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} ch\frac{w}{c} \\ sh\frac{w}{c} \end{pmatrix} = ...$$

$$... = \begin{pmatrix} ch\frac{w}{c}.ch\frac{w_o}{c} - sh\frac{w}{c}.sh\frac{w_o}{c} \\ -ch\frac{w}{c}.sh\frac{w_o}{c} + sh\frac{w}{c}.ch\frac{w_o}{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\frac{w-w_o}{c} \\ sh\frac{w-w_o}{c} \end{pmatrix}.$$

De même (en ligne) :

$$\left(ch\frac{w'}{c}\ ;\ sh\frac{w'}{c}\right) = \left(ch\frac{w}{c}\ ;\ sh\frac{w}{c}\right).\begin{pmatrix} ch\frac{w_o}{c} & -sh\frac{w_o}{c} \\ -sh\frac{w_o}{c} & ch\frac{w_o}{c} \end{pmatrix} = ...$$

$$... = \left(ch\frac{w}{c}.ch\frac{w_o}{c} - sh\frac{w}{c}.sh\frac{w_o}{c}\ ;\ -ch\frac{w}{c}.sh\frac{w_o}{c} + sh\frac{w}{c}.ch\frac{w_o}{c}\right) = ...$$

$$... = \left(ch\frac{w-w_o}{c}\ ;\ sh\frac{w-w_o}{c}\right).$$

Par conséquent :

$$T'^{\mu\nu} = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch\frac{w'}{c} \\ sh\frac{w'}{c} \end{pmatrix}.\left(ch\frac{w'}{c}\ ;\ sh\frac{w'}{c}\right) = ...$$

$$... = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch\frac{w-w_o}{c} \\ sh\frac{w-w_o}{c} \end{pmatrix}.\left(ch\frac{w-w_o}{c}\ ;\ sh\frac{w-w_o}{c}\right) = ...$$

$$... = \rho_0.c^2.\begin{pmatrix} ch^2\frac{w-w_o}{c} & ch\frac{w-w_o}{c}.sh\frac{w-w_o}{c} \\ ch\frac{w-w_o}{c}.sh\frac{w-w_o}{c} & ch^2\frac{w-w_o}{c} \end{pmatrix}.$$

En définitive, on a bien (dans ce cas particulier) l'égalité suivante :

$$T'^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} ch\frac{w_o}{c} & -sh\frac{w_o}{c} \\ -sh\frac{w_o}{c} & ch\frac{w_o}{c} \end{pmatrix}.T^{\mu\nu}.\begin{pmatrix} ch\frac{w_o}{c} & -sh\frac{w_o}{c} \\ -sh\frac{w_o}{c} & ch\frac{w_o}{c} \end{pmatrix}.$$

Revenons à l'expression du tenseur énergie-impulsion. Comme $\rho_0 = \frac{dm_0}{dV_0}$, il peut s'écrire :

$$T^{\mu\nu} = \frac{dm_0.c^2}{dV_0}.ch^2\frac{w}{c}.\begin{pmatrix} 1 & \frac{v_1}{c} & \frac{v_2}{c} & \frac{v_3}{c} \\ \frac{v_1}{c} & \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 & \frac{v_1.v_2}{c^2} & \frac{v_1.v_3}{c^2} \\ \frac{v_2}{c} & \frac{v_1.v_2}{c^2} & \left(\frac{v_2}{c}\right)^2 & \frac{v_2.v_3}{c^2} \\ \frac{v_3}{c} & \frac{v_1.v_3}{c^2} & \frac{v_2.v_3}{c^2} & \left(\frac{v_3}{c}\right)^2 \end{pmatrix}.$$

Si on choisit un référentiel lié à la masse élémentaire dm_0, on doit faire $w = 0$, donc $v = 0$, et $v_1 = v_2 = v_3 = 0$; le tenseur s'exprime alors de la façon suivante :

$$T^{\mu\nu} = \frac{dm_0.c^2}{dV_0}.\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_0.c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Si nous comparons ces deux expressions, nous voyons que $\frac{dm_0.c^2}{dV_0}$ représente une densité d'énergie évaluée dans un repère lié à la masse dm_0 (on pourrait l'appeler "densité au repos") ; quant à $\frac{dm_0.c^2}{dV_0}.ch^2\frac{w}{c}$, c'est la même densité, évaluée dans un repère se déplaçant à la vitesse v, ou à la rapidité w, par rapport au précédent ; on pourrait l'appeler "densité maupertuisienne".

Si nous notons dm_1 la masse maupertuisienne évaluée dans ce repère, alors : $dm_1 = dm_0.ch\frac{w}{c}$.

D'autre part, si on note dV_1 l'évaluation du volume élémentaire dV_0 dans ce nouveau repère, alors, en raison de la contraction des règles dans la direction du déplacement (mais pas dans les deux autres directions !), on va avoir : $dV_1 = \frac{dV_0}{ch\frac{w}{c}}$.

Il s'ensuit que :

$$\rho_1 = \frac{dm_1}{dV_1} = \frac{dm_0.ch\frac{w}{c}}{\frac{dV_0}{ch\frac{w}{c}}} = \frac{dm_0}{dV_0}.ch^2\frac{w}{c} = \rho_0.ch^2\frac{w}{c}.$$

Cette formule exprime donc la transformation de la densité de matière ou d'énergie par changement de repère. Si on préfère, c'est l'expression de la densité maupertuisienne d'énergie. Si on note $\rho.c^2 = \rho_0.c^2.ch^2\frac{w}{c}$ cette densité maupertuisienne d'énergie, le tenseur s'écrit :

$$T^{\mu\nu} = \rho.c^2.\begin{pmatrix} 1 & \frac{v_1}{c} & \frac{v_2}{c} & \frac{v_3}{c} \\ \frac{v_1}{c} & \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 & \frac{v_1.v_2}{c^2} & \frac{v_1.v_3}{c^2} \\ \frac{v_2}{c} & \frac{v_1.v_2}{c^2} & \left(\frac{v_2}{c}\right)^2 & \frac{v_2.v_3}{c^2} \\ \frac{v_3}{c} & \frac{v_1.v_3}{c^2} & \frac{v_2.v_3}{c^2} & \left(\frac{v_3}{c}\right)^2 \end{pmatrix} ;$$

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho.c^2 & \rho.c.v_1 & \rho.c.v_2 & \rho.c.v_3 \\ \rho.c.v_1 & \rho.v_1^2 & \rho.v_1.v_2 & \rho.v_1.v_3 \\ \rho.c.v_2 & \rho.v_1.v_2 & \rho.v_2^2 & \rho.v_2.v_3 \\ \rho.c.v_3 & \rho.v_1.v_3 & \rho.v_2.v_3 & \rho.v_3^2 \end{pmatrix}.$$

Passons maintenant au second niveau (qui nous sera utile dans le document sur la cosmologie).

Nous avons dit que notre définition du tenseur énergie-impulsion était simplifiée : effectivement, nous avons raisonné comme si toute la matière incluse dans un volume élémentaire dV_0 possédait la même quadrivitesse : le volume élémentaire dV_0 contient une masse dm_0 de quadrivitesse u (les composantes de la vitesse selon les trois axes étant v_1, v_2, v_3), et rien d'autre. Mais en réalité il peut contenir un nuage de particules de masses et de quadrivitesses différentes. Appelons dm_i ($i = 1, ..., n$) les masses au repos de ces particules, ρ_i les densités maupertuisiennes correspondantes, w_i leurs rapidités, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3} les composantes de leurs vitesses selon les trois axes. Dans ce cas, le tenseur total sera la somme des tenseurs partiels :

$$T^{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{n} \rho_i.c^2. \begin{pmatrix} 1 & \frac{v_{i1}}{c} & \frac{v_{i2}}{c} & \frac{v_{i3}}{c} \\ \frac{v_{i1}}{c} & \left(\frac{v_{i1}}{c}\right)^2 & \frac{v_{i1}.v_{i2}}{c^2} & \frac{v_{i1}.v_{i3}}{c^2} \\ \frac{v_{i2}}{c} & \frac{v_{i1}.v_{i2}}{c^2} & \left(\frac{v_{i2}}{c}\right)^2 & \frac{v_{i2}.v_{i3}}{c^2} \\ \frac{v_{i3}}{c} & \frac{v_{i1}.v_{i3}}{c^2} & \frac{v_{i2}.v_{i3}}{c^2} & \left(\frac{v_{i3}}{c}\right)^2 \end{pmatrix} ;$$

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \sum \rho_i.c^2 & \sum \rho_i.c.v_{i1} & \sum \rho_i.c.v_{i2} & \sum \rho_i.c.v_{i3} \\ \sum \rho_i.c.v_{i1} & \sum \rho_i.v_{i1}^2 & \sum \rho_i.v_{i1}.v_{i2} & \sum \rho_i.v_{i1}.v_{i3} \\ \sum \rho_i.c.v_{i2} & \sum \rho_i.v_{i1}.v_{i2} & \sum \rho_i.v_{i2}^2 & \sum \rho_i.v_{i2}.v_{i3} \\ \sum \rho_i.c.v_{i3} & \sum \rho_i.v_{i1}.v_{i3} & \sum \rho_i.v_{i2}.v_{i3} & \sum \rho_i.v_{i3}^2 \end{pmatrix},$$

où v_{i1}, v_{i2} et v_{i3} sont les projections de v_i (vitesse de dm_i) sur les trois axes.

En jouant sur la vitesse du repère de référence selon les trois axes du repère (supposé orthonormé), on peut facilement annuler les termes $\sum \rho_i.c.v_{i1}$, $\sum \rho_i.c.v_{i2}$ et $\sum \rho_i.c.v_{i3}$. Les autres termes non diagonaux, tels que $\sum \rho_i.v_{i1}.v_{i2}$ par exemple, peuvent s'annuler aussi, moyennant certaines hypothèses de symétrie. On obtient alors :

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \sum \rho_i.c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum \rho_i.v_{i1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum \rho_i.v_{i2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum \rho_i.v_{i3}^2 \end{pmatrix}.$$

Les densités maupertusiennes s'additionnent ; on notera : $\rho = \sum \rho_i$. Le premier terme : $\rho.c^2 = \sum \rho_i.c^2$ est la densité d'énergie (scalaire) maupertuisienne.

Les autres termes diagonaux, tels que $\sum \rho_i.v_{i1}^2$, représentent des flux d'impulsion. Effectivement, $\rho_i.v_{i1}$ est une impulsion dirigée selon le premier axe de coordonnées ; il faut encore la multiplier par v_{i1} pour calculer la quantité d'impulsion qui traverse une surface unitaire perpendiculaire à cet axe, pendant une durée unitaire. On voit donc que $\sum \rho_i.v_{i1}^2$ représente la pression du fluide selon le premier axe.

Dans un milieu respectant des conditions de symétrie élémentaires, on va avoir :

$$\sum \rho_i.v_{i1}^2 = \sum \rho_i.v_{i2}^2 = \sum \rho_i.v_{i3}^2 = p.$$

Cette quantité p correspond à la pression, supposée identique dans toutes les directions.

Finalement, en admettant ces simplifications, le tenseur énergie-impulsion s'écrit :

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho.c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}.$$

Cette expression du tenseur énergie-impulsion dans un milieu assimilable à un gaz parfait respectant des conditions élémentaires de symétrie nous sera utile quand nous parlerons de cosmologie.

18 Tenseur d'énergie-impulsion virtuelle

Dans le document "Gravitation et vide quantique", nous identifierons le quadrivecteur d'entraînement (ou quadripotentiel) à une circulation d'énergie-impulsion virtuelle dans le vide quantique (à un facteur c^2 près : le potentiel newtonien est construit à partir de la masse m, l'énergie impulsion est calibrée par l'énergie $m.c^2$). Il sera alors facile de définir une densité d'impulsion virtuelle, analogue à la densité d'impulsion réelle, ce qui nous permettra d'obtenir un tenseur $U^{\mu\nu}$, analogue à $T^{\mu\nu}$, mais associé aux particules virtuelles du vide quantique. Nous l'appellerons : tenseur d'énergie-impulsion virtuelle. Sa définition est encore plus naturelle que celle de $T^{\mu\nu}$, dans la mesure où le vide quantique se rapproche beaucoup d'un milieu continu, alors que la répartition de la matière réelle est clairement discontinue.

Les équations que nous avons écrites précédemment :

- dans le vide (sans source) :

$$\Box\tilde{\Phi} = 0 \ ;$$

- avec source :

$$\Box\tilde{\Phi} = 4.\pi.G.\frac{\tilde{m}}{c^2} \ ;$$

vont alors devenir :

- dans le vide (sans source) :

$$\Box U^{\mu\nu} = 0 \ ;$$

- avec source :

$$\Box U^{\mu\nu} = 4.\pi.G.T^{\mu\nu}.$$

Le potentiel newtonien s'exprime ainsi :

$$\Phi = -\frac{1}{c^2}.\sqrt{U^{\mu\nu}.U_{\mu\nu}}.$$

La formule $\Box U^{\mu\nu} = 4.\pi.G.T^{\mu\nu}$ est censée exprimer la façon dont le champ se propage. Deux autres formules sont nécessaires pour exprimer comment ce champ modifie l'espace-temps : ce sont les formules de transformation des règles et des horloges en fonction du potentiel.

19 Champ quadrivectoriel ou tensoriel ?

Pour interpréter correctement ce qui vient d'être dit, il faut répondre à cette question : quand nous écrivons $\Box U^{\mu\nu} = 4.\pi.G.T^{\mu\nu}$, faut-il considérer $T^{\mu\nu}$ selon la définition de premier niveau (sans la pression) ou selon la définition de second niveau (avec la pression) ?

A priori, le premier niveau nous suffit. Il est en fait équivalent à l'approche que nous avons proposée jusqu'ici, basée sur les quadrivecteurs. Il permet de définir le potentiel en chaque point, ce qui est le but. On considère qu'en tout point A, à chaque instant, arrivent des informations de nature quadrivectorielle provenant de tous les corps matériels de l'Univers, et que ces informations sont synthétisées sous forme d'un quadrivecteur unique, selon le principe de l'addition quadrivectorielle.

Mais on est en droit de penser aussi que le point A ne possède aucune compétence pour effectuer des additions quadrivectorielles, et que les informations qui arrivent de l'ensemble de l'Univers ne sont pas synthétisées, mais seulement juxtaposées, comme des possibilités indépendantes (des possibilités d'interaction de tel ou tel type, avec tel ou tel corps de l'Univers).

L'étude des champs quantiques (et de la fonction d'onde de Schrödinger) semble montrer que les possibles interfèrent ; donc nous préférons considérer, peut-être provisoirement, qu'en tout point A, à chaque instant, l'ensemble des informations provenant de tout l'Univers est synthétisé sous forme d'un quadrivecteur unique. Nous changerons d'avis si des arguments solides l'imposent.

Ceci revient à dire que le tenseur $U^{\mu\nu}$ peut s'écrire ainsi (en appelant $\rho.c^2$ la densité d'énergie virtuelle), dans un référentiel convenablement choisi :

$$U^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho.c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Le "référentiel convenablement choisi" est le référentiel local "gravitationnellement immobile".

Attention : il ne faudrait pas croire que ce tenseur énergie-impulsion (à seize composantes), tel que défini ci-dessus, contient plus d'information que les quadrivecteurs (à quatre composantes) que nous avons utilisés précédemment : il contient exactement la même information. Mais au contraire, si on choisit de passer à l'interprétation de second niveau (avec la pression), alors il contiendra, en plus, des informations sur la pression.

Ces quadrivecteurs sont particulièrement intéressants si on a pour objectif de bâtir une théorie totalement covariante. Si on préfère mettre en valeur les liens privilégiés avec la relativité restreinte, les quadrivecteurs vont droit au but, à condition que les questions de pression puissent être mises de côté.

Les tenseurs que nous avons introduits ne font disparaître ni les repères privilégiés, ni la notion d'immobilité.

Mettre ce tenseur $U^{\mu\nu}$ au centre de la théorie de la gravitation, c'est réhabiliter le principe de Mach, qu'Einstein avait abandonné au profit de la covariance généralisée.

D'autre part, dans le document "Gravitation et vide quantique", section sur la "Thermodynamique du vide quantique", nous verrons des arguments qui permettent de penser que les règles et les horloges locales se calibrent en fonction de la pression virtuelle, ce qui signifie que la pression virtuelle et les coefficients de la métrique sont deux façons de formaliser une même réalité. Si nous choisissons de travailler avec les coefficients de la métrique, nous n'avons plus besoin de parler de la pression virtuelle ; nous pouvons la supposer identique partout, ou même nulle.

20 Approche complémentaire

Nous sommes partis d'hypothèses sur la gravitation (hypothèses qui suggèrent de définir un quadripotentiel gravitationnel, plutôt qu'un potentiel scalaire), puis nous avons noté des analogies avec le quadripotentiel électromagnétique. Nous aurions pu partir du quadripotentiel électromagnétique et l'adapter à la gravitation, de la façon suivante.

En électromagnétisme classique, le potentiel électrique (scalaire) produit par une charge Q est : $\Phi = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{Q}{r^*}$, où r^* est la distance mesurée dans le repère de la charge.

Le potentiel vecteur (qui intervient lorsque les charges sont en mouvement) s'écrit : $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4.\pi}.\frac{Q.\vec{v}}{r^*}$.

On sait que $\epsilon_0.\mu_0 = \frac{1}{c^2}$, donc $\Phi = \frac{1}{4.\pi.\epsilon_0}.\frac{Q}{r^*} = \frac{\mu_0.c^2}{4.\pi}.\frac{Q}{r^*}$.

En réunissant le potentiel scalaire et le potentiel vecteur, on forme le quadripotentiel :

$$\tilde{A} = \left(\frac{\Phi}{c},\ \vec{A}\right) = \frac{\mu_0.c}{4.\pi}.\frac{Q}{r^*}.\left(1,\ \frac{\vec{v}}{c}\right).$$

Ceci permet d'adapter le formalisme classique au contexte de la relativité restreinte.

Pour passer de l'électromagnétisme à la gravitation, on remplace la constante $\frac{\mu_0.c}{4.\pi}$ par G et la charge Q par la masse maupertuisienne $m = m_0.ch\frac{\vec{w}}{c}$; on obtient l'expression du quadripotentiel gravitationnel :

$$\tilde{\Phi} = G.\frac{m_0}{r^*}.ch\frac{\vec{w}}{c}.\left(1,\ \frac{\vec{v}}{c}\right) = G.\frac{m_0}{r^*}.\left(ch\frac{\vec{w}}{c},\ sh\frac{\vec{w}}{c}\right) = G.\frac{m_0}{r^*}.e^{\frac{\vec{w}}{c}}.$$

On est libre de multiplier par -1 si on désire que la force soit égale à l'opposé du gradient.

La ressemblance entre les quadripotentiels électromagnétique et gravitationnel est grande. On peut noter deux différences essentielles :

- la masse étant toujours positive, la résultante de deux quadripotentiels gravitationnels s'obtient toujours par addition et jamais par soustraction ;

- le quadripotentiel gravitationnel a la faculté de modifier l'espace-temps, ce qui est une particularité unique.

La question : "pourquoi existerait-il une parenté aussi étroite entre gravitation et électromagnétisme ?" nous suggère une réflexion.

On peut penser que toute particule (ou plutôt tout système quantique) signale son existence et ses propriétés (charge électrique, masse, etc.) au reste du monde par des ondes virtuelles, ces ondes transmettant en bloc toutes ces propriétés selon un mécanisme unique et stéréotypé. Dans ce cas, il n'y aurait pas une onde pour la charge et une autre pour l'énergie, mais une seule onde codant tout ce qui peut l'être concernant la particule émettrice. On pourrait dire alors que cette particule est présente, simultanément, en tout point de l'espace, mais de manière virtuelle, cette virtualité étant gérée selon le principe de l'immédiateté, dont nous avons longuement parlé dans les documents sur la physique quantique. Les propriétés qu'on attribue au champ électromagnétique et au champ gravitationnel seraient alors une propriété unique appartenant, non pas à l'électromagnétisme ou à la gravitation, mais au vide quantique ; les équations des champs traduiraient seulement la façon dont le vide quantique transmet les messages entre les systèmes quantiques. Voir à ce sujet "la fonction canonique de communication immédiate" dans notre document sur la physique quantique (généralités).

On peut se représenter ces informations qui circulent dans le vide comme un champ général, définissant en chaque point, à chaque instant, la probabilité qu'une particule qui, éventuellement, pourrait s'y trouver, interagisse, de telle ou telle manière, avec telle ou telle autre particule de l'Univers.