

Les ondes gravitationnelles

Jean-Pierre Chabert (Lambesc, mars 2008)

Table des matières

1	Avertissement	1
2	Résumé	3
3	La question des ondes gravitationnelles	3
4	Première approximation des ondes gravitationnelles	4
5	Le rôle du double flux	8
6	L'accélération séculaire des pulsars binaires	9
7	Solution conventionnelle	11
8	L'approche quantique	12
9	L'hypothèse du transfert de moment cinétique	14
10	Dilatation directionnelle de l'espace	25
11	La détection des ondes gravitationnelles	29
12	Confrontation avec les observations	33
13	Autres problèmes	37
14	Réflexions sur la notion d'onde gravitationnelle	40

1 Avertissement

Ce document fait partie d'un ensemble centré sur la gravitation, comportant plusieurs volets, dont certains, à première vue, ne sont pas directement liés à la gravitation, mais qui seront supposés connus par la suite :

- 01) [Gravitation relativiste : introduction](#)

- Relativité restreinte :

02) Les vitesses en Relativité restreinte

- Physique quantique :

03) Physique quantique : généralités

04) Physique quantique : l'aventure collective

- Gravitation :

05) La relativité générale a-t-elle été prise en défaut ?

06) Gravitation relativiste : principes fondamentaux

07) Gravitation et critère de Schild

08) L'hypothèse du champ d'entraînement

09) Métriques et géodésiques

10) Tenseur de Ricci

11) Potentiel gravitationnel

12) Ni ou Schwarzschild ?

13) Gravitation et vide quantique

14) L'hypothèse du flux à double sens

15) Etude du système solaire en métrique de Ni

16) Etude des systèmes binaires en métrique de Ni

17) Sur la matière noire

18) Trous noirs et trous gris

19) Ondes gravitationnelles

20) Gravitation et cosmologie

2 Résumé

Les documents précédents, dans lesquels nous recherchons des passerelles entre la gravitation et la mécanique quantique, nous obligent à projeter un éclairage nouveau sur la question des ondes gravitationnelles. Nous proposons ici une approche naïve, destinée à faire apparaître les problèmes. Ensuite nous suggérons des interprétations qui restent à discuter.

3 La question des ondes gravitationnelles

Dans la théorie de Newton, la gravité se transmet de manière instantanée. Pourtant, Newton lui-même considérait cette situation comme une anomalie : la transmission d'information à vitesse infinie ne correspondait pas à sa conception de la physique. Laplace s'était aussi penché sur ce problème, et avait montré que, si la vitesse de propagation de la gravité n'était pas infinie, elle devait être en tout cas considérable. Pour Einstein, la transmission d'information à vitesse infinie est tout simplement un non-sens, car elle impliquerait la simultanéité absolue entre l'émission et la réception du message ; or la simultanéité absolue n'existe pas en relativité.

Les équations de la relativité générale ont fait apparaître des ondes géométriques, appelées ondes gravitationnelles ; Einstein s'en est rendu compte très rapidement, en étudiant le problème du quadrupôle. Une question fondamentale s'est alors posée : ces ondes sont-elles porteuses d'énergie ? Ce sujet a été longuement débattu, et Einstein lui-même était hésitant au début. Mais la cohérence de la relativité générale impose d'attribuer une énergie à ces ondes, car cette théorie identifie, mathématiquement, courbure géométrique et énergie-impulsion.

Ces ondes, prédites par Einstein en 1918, ont été traquées longtemps par les physiciens. En 1968, Joseph Weber, utilisant un dispositif de son invention (barres de Weber), n'avait aucune chance de les débusquer... Au début des années 2000, avec la mise en service des détecteurs Ligo, Virgo, Geo600, on s'attendait à une détection directe rapide, ce qui n'a pas été le cas. L'amélioration de la technologie (projets Advanced Ligo et Advanced Virgo) a permis un bond en avant de la sensibilité des détecteurs, à partir de fin 2015 - début 2016. Et c'est en février 2016 qu'est arrivée la nouvelle tant attendue : la première détection directe d'une onde gravitationnelle a été réalisée en septembre 2015 par Ligo (événement GW150914).

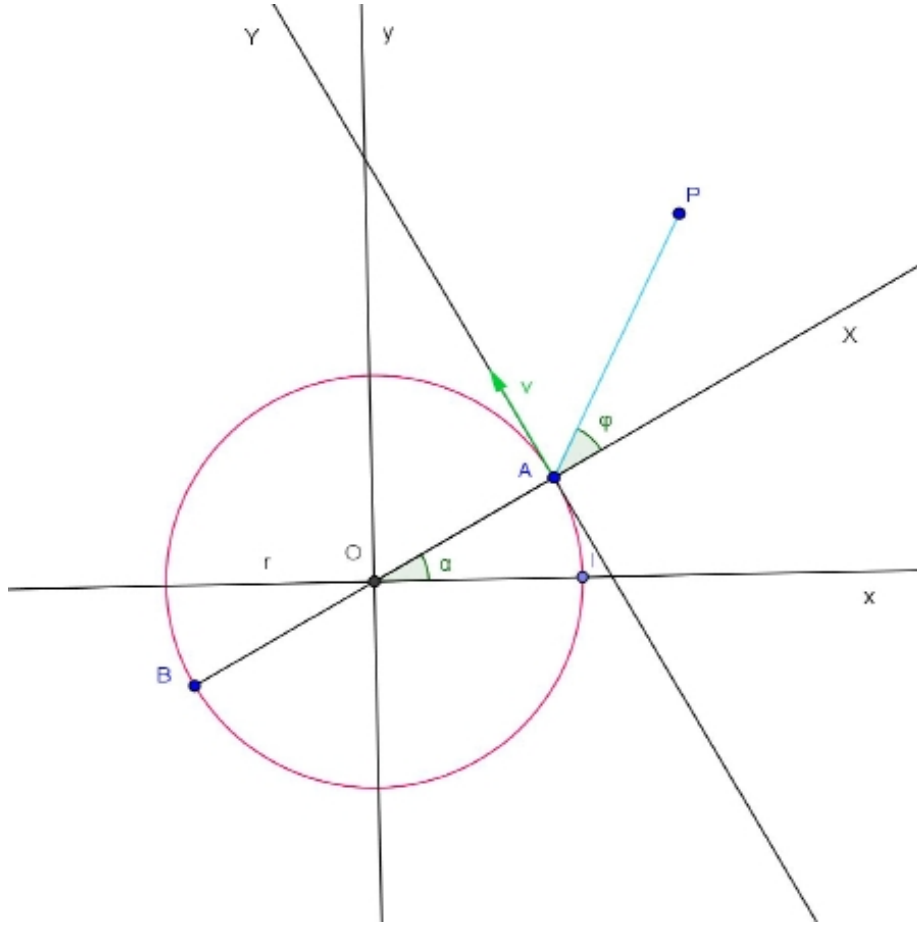
4 Première approximation des ondes gravitationnelles

Pour aborder ce sujet, nous proposons un raisonnement, très simpliste, qui va se baser sur la gravitation newtonienne, dans laquelle nous allons introduire une vitesse finie de l'interaction, égale à c . Nous allons également faire intervenir la relativité restreinte; mais la courbure de l'espace sera négligée. Notre but, encore une fois, est plus de poser les problèmes, en termes simples, que de les résoudre. Nous allons étudier la transmission du potentiel newtonien dans le cadre de l'espace-temps de Minkowski.

Sans nous préoccuper des calculs très sophistiqués qui ont été publiés sur ce sujet, abordons-le à notre façon. Imaginons un système double formé de deux étoiles de masses m_1 et m_2 tournant autour de leur centre de gravité commun O , et un observateur immobile par rapport à ce centre de gravité, situé à grande distance. Pour cet observateur, les impulsions des deux étoiles sembleront opposées, et le champ se réduira, à peu de choses près, au champ newtonien produit par une masse $m_1 + m_2$ située en O . Mais ce n'est qu'une approximation. Le calcul de la différence entre le champ réel et cette approximation newtonienne fait intervenir le "quadrupôle d'Einstein". C'est ce calcul qui fait apparaître une structure particulière qui est à l'origine de la théorie des ondes gravitationnelles.

Nous imaginerons que les deux étoiles A et B sont de même masse, et tournent à vitesse constante sur une orbite circulaire autour de leur centre de gravité O , et nous supposons que la vitesse de propagation du potentiel gravitationnel, évaluée par l'observateur distant, est égale à la vitesse de la lumière. Ce potentiel, en un point de l'espace-temps, sera supposé indépendant de l'observateur; il sera entièrement déterminé par la distance spatiale par rapport à l'émetteur, distance évaluée dans le repère galiléen qui était celui de l'émetteur, au moment de l'émission.

Dans la figure ci-dessous, établie par un observateur distant immobile par rapport au centre de gravité O , le point P représente un point quelconque de l'espace-temps à l'instant t . On suppose qu'à cet instant arrive en P un message gravitationnel provenant de l'étoile A, émis à l'instant t_e (instant de l'émission). Le point A de la figure indique le lieu où se trouvait l'étoile A à l'instant t_e . On a donc : $AP = c(t - t_e)$. Supposons que le but soit de déterminer le potentiel gravitationnel en P à l'instant t ; pour cela, il faudrait calculer la distance ρ du point P par rapport à A, évaluée dans un repère mobile lié à A, à l'instant t_e : $\rho = c(t - t_e)'$ (où le "prime" désigne le changement d'observateur, qui s'effectue par la transformation de Lorentz). En fait, notre but est de tracer les lignes équipotentielles, c'est-à-dire de déterminer les coordonnées de P pour une valeur fixée de ρ .



Notons (x, y) les coordonnées spatiales de P dans le repère (O, x, y) et (X, Y) ses coordonnées dans le repère (A, X, Y) (repères liés au centre de gravité O).

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = AP \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} = c(t - t_e) \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} + c(t - t_e) \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} + c(t - t_e) \begin{pmatrix} \cos (\alpha + \phi) \\ \sin (\alpha + \phi) \end{pmatrix}.$$

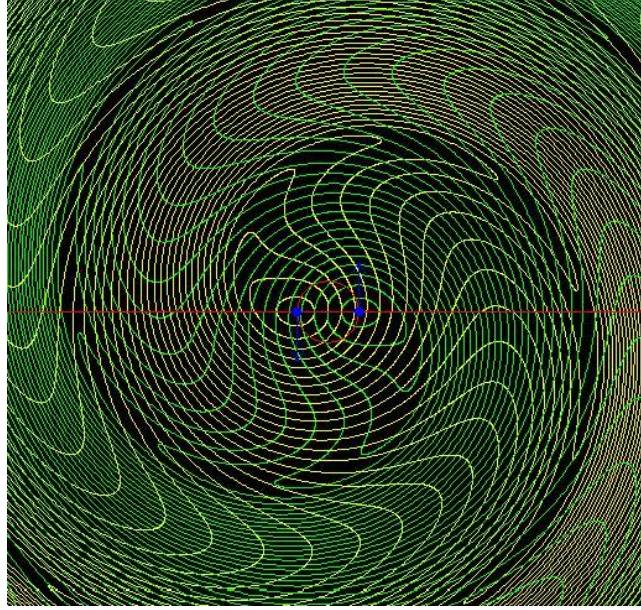
D'après la transformation de Lorentz :

$$\begin{aligned}\rho &= c(t - t_e)' = \frac{c(t - t_e) - \frac{v}{c} Y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c(t - t_e) - v(t - t_e) \sin \phi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} ; \\ \rho &= \frac{c(t - t_e)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{v}{c} \sin \phi\right) ; \\ c(t - t_e) &= \frac{\rho \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} ; \\ ct_e &= ct - \frac{\rho \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} ; \\ \alpha_e &= \frac{vt_e}{r} = \frac{v}{cr} \left(ct - \frac{\rho \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi}\right) .\end{aligned}$$

On aura compris que α_e représente la valeur de l'angle α à l'instant de l'émission (t_e).

Pour construire une ligne équipotentielle à un instant donné (t fixé - choisissons par exemple $t = 0$), on fixe une valeur de ρ (puisque toute valeur du potentiel Φ correspond à une valeur de ρ), puis on fait varier l'angle ϕ de 0 à 2π ; pour chaque valeur de ϕ , on calcule les valeurs correspondantes, d'abord de α_e , ensuite de x et y . On obtient :

$$\begin{aligned}ct_e &= -\frac{\rho \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} ; \\ \alpha_e &= \frac{vt_e}{r} = -\frac{v}{c} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} ; \\ x &= r \cdot \cos \left(-\frac{v}{c} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} \right) + \frac{\rho \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} \cdot \cos \left(-\frac{v}{c} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} + \phi \right) ; \\ y &= r \cdot \sin \left(-\frac{v}{c} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} \right) + \frac{\rho \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} \cdot \sin \left(-\frac{v}{c} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \sin \phi} + \phi \right) .\end{aligned}$$



Dans cette figure, extraite d'une animation informatique (réalisée en java), nous avons représenté la structure du champ généré par les deux étoiles, pour des valeurs de la vitesse et du rayon choisies arbitrairement. Plus précisément, nous avons tracé les courbes équipotentielles du champ de l'étoile A , et celles du champ de l'étoile B , en utilisant les calculs précédents.

Nous voyons apparaître une structure spiralee du champ, qui évoque irrésistiblement les ondes gravitationnelles de la relativité générale. Ceci pourrait sembler satisfaisant, mais en observant plus attentivement cette figure, nous voyons qu'elle soulève un problème embarrassant.

En gravitation de Newton on a :

$$\frac{dE}{c \cdot dt} = m \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad \text{et :}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -m \cdot \vec{\nabla} \Phi.$$

En métrique de Ni, nous avons obtenu, dans la section sur les géodésiques, version cartésienne :

$$\frac{dE}{c \cdot dt} = \frac{E}{c^2} \cdot \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad \text{et :}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{E}{c^2} \cdot \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot \vec{\nabla} \Phi.$$

Dans les deux cas, tout se passe comme si chaque étoile subissait une force exercée par l'autre, perpendiculairement à la ligne équipotentielle.

Si nous observons les lignes équipotentielles produites par l'une des deux étoiles (A), dans le voisinage de l'autre étoile (B), nous voyons qu'elles ne sont pas rigoureusement tangentes à l'orbite, ce qui a deux conséquences. Si nous visualisons le vecteur accélération (perpendiculaire à la ligne équipotentielle) nous voyons qu'il n'est pas perpendiculaire au vecteur vitesse, mais légèrement prograde (dirigé vers l'avant), ce qui entraîne, en principe, que le module de l'impulsion de l'étoile B va croître. D'autre part, si nous fixons l'un des points bleus (par exemple celui où se trouve l'étoile B à l'instant présent) et laissons tourner les lignes équipotentielles de A , nous remarquons qu'en ce point le potentiel va croître. Rappelons que les lignes équipotentielles les plus éloignées de A ont un potentiel plus élevé. La conséquence est qu'au point considéré $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ est positif, ce qui signifie que l'énergie de l'étoile B doit croître. Et, par symétrie, il en est de même pour A . Encore une conclusion absurde !

Pour résoudre ce problème, une solution serait d'abandonner purement et simplement la notion de force (ou d'accélération, ou de pseudo-force, ou de pseudo-accélération) dérivant du potentiel. Mais, si on a lu attentivement notre document sur le potentiel gravitationnel, on comprendra que ce choix casserait le lien, ténu mais pourtant évident, qui existe entre la gravitation de Newton et la physique quantique. Ce n'est pas cette voie que nous suivrons.

5 Le rôle du double flux

Dans le raisonnement que nous venons de faire, nous avons supposé implicitement que le champ gravitationnel de l'étoile A était mis en place par un flux divergent d'origine A ; dans ce modèle, les surfaces équipotentielles se comportent comme des bulles centrées en A , de rayon croissant (à la vitesse c), déformées par la rotation du système (et par les changements de repères). Nous avons choisi, sans le dire, de faire intervenir uniquement les potentiels retardés. Mais dans le domaine des champs quantiques, les deux types de potentiels (retardés et avancés) interviennent à égalité, et l'ensemble est régi par la fonction de Green symétrique. Or nous avons toutes les raisons de croire que le champ gravitationnel est un authentique champ quantique, ne serait-ce que parce-qu'il est capable de se propager dans le vide quantique. Ceci nous conduit à penser qu'il faut rétablir la symétrie temporelle en réhabilitant les potentiels avancés, comme nous l'avons expliqué dans le document sur le double flux.

D'une certaine manière, ce rétablissement de la symétrie temporelle est très satisfaisant dans le cas d'un système double, dans la mesure où il permet de résoudre l'épineux problème de la conservation de l'énergie : comme nous l'avons vu dans le document sur le double flux, il permet de travailler, comme en gra-

vitation newtonienne, avec une force (ou pseudo-force) centrale, ce qui garantit la conservation de l'énergie. On pourrait même dire que, si on veut conserver la notion newtonienne de (pseudo-)force dérivant d'un potentiel, tout en rejetant la transmission instantanée de la gravité, on ne peut pas trouver d'autre solution que ce double flux, qui, justement, fait partie de la boîte à outils de la physique quantique ! Un outil qui résout le problème quasi miraculeusement...

Mais un autre problème surgit : dans la figure ci-dessus, censée représenter des ondes gravitationnelles, on voit clairement que la symétrie temporelle n'est pas respectée : si on inverse le sens de rotation du système, l'enroulement des spires change de sens ; si nous décidons de rétablir la symétrie temporelle, nous faisons disparaître les spires, donc les ondes gravitationnelles ! Pourtant, ces ondes existent bien : elles ont été observées ! Et, avant d'être observées, elles ont été mises en évidence par l'étude de l'accélération séculaire des pulsars binaires ! Mais, avant de montrer que la contradiction n'est qu'apparente, rappelons ce qu'est cette accélération séculaire.

6 L'accélération séculaire des pulsars binaires

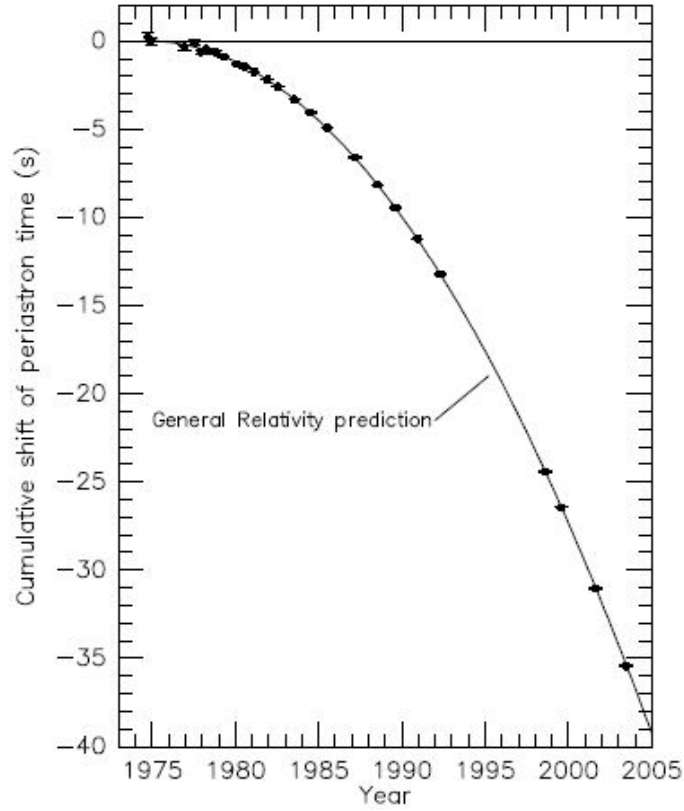
Les ondes gravitationnelles qui ont été observées jusqu'ici sont dues à la coalescence d'étoiles (fusion de deux étoiles à neutrons, de deux "trous noirs"...). Ceci suppose que les systèmes doubles peuvent perdre de l'énergie orbitale, ce qui entraîne un rapprochement lent et régulier des deux étoiles, jusqu'à la coalescence finale.

On sait que l'étude détaillée du pulsar binaire *PSR 1913 + 16*, constitué de deux étoiles à neutrons (l'une étant un pulsar radio, l'autre invisible) très rapprochées, en rotation rapide autour du centre de gravité du système (période : 7,75 h), a permis de détecter une accélération faible mais régulière, qui a pu être interprétée, indirectement, selon la relativité générale, comme la signature des ondes gravitationnelles. En effet, cette accélération révèle un rapprochement progressif des deux étoiles, qu'on interprète comme une perte d'énergie, correspondant à l'énergie rayonnée sous forme d'ondes gravitationnelles, d'après la théorie d'Einstein. Cette découverte a valu le prix Nobel à Hulse et Taylor en 1993.

Le graphique qui suit illustre la décroissance de la période du pulsar binaire *PSR 1913 + 16* ; il est considéré comme la preuve d'une dissipation d'énergie.

Sur ce graphique se superposent, d'une part, la courbe observée, montrant l'avance (au sens où on parle de l'avance d'une horloge) du système *PSR 1913 + 16* en fonction du temps (telle qu'elle a été établie à partir des mesures effectuées), et, d'autre part, la parabole théorique, calculée sur la base de l'émission d'ondes gravitationnelles : les deux courbes coïncident d'une manière absolu-

ment parfaite !



Cette coïncidence parfaite est de nature à frapper les esprits ; mais n'oublions pas, d'une part, que la forme parabolique de la courbe signifie simplement que la dérivée $\frac{dT}{dt}$ est constante (autrement dit que la représentation graphique de la fonction $T = f(t)$ est une droite), et, d'autre part, que la pente de cette droite peut résulter de plusieurs causes : non seulement l'émission d'ondes gravitationnelles, mais aussi les forces de marées ou l'effet Shklovski, par exemple. Rappelons ce qu'est l'effet Shklovski : c'est une variation de la période apparente d'un système dont l'accélération radiale (projection du vecteur accélération sur la ligne de visée) est non nulle. Or il est possible d'estimer l'accélération radiale galactique d'une étoile ou d'un système, connaissant sa position dans la galaxie, ainsi que celle de l'observateur. Le calcul utilise la courbe donnant la vitesse de rotation des étoiles en fonction de la distance au centre, d'où on déduit le vecteur accélération, qui est en principe dirigé vers le centre. Pour que le calcul soit précis, il faut que la distance de l'étoile par rapport à l'observateur soit mesurée avec une grande précision ; malheureusement la marge d'erreur est généralement importante. De plus, la densité de matière dans la Galaxie

étant irrégulière, certaines étoiles peuvent subir un effet Shklovski anormal dû à l'attraction exercée par une structure particulière (bras galactique par exemple).

7 Solution conventionnelle

La solution conventionnelle est celle de la relativité générale. Cette théorie rejette l'idée de Newton, selon laquelle les forces (ou accélérations) gravitationnelles seraient déterminées par le gradient du potentiel scalaire (le potentiel newtonien). Tout ce qui vient d'être dit doit alors être oublié. Seule intervient la courbure de l'espace-temps, qui est à l'origine d'ondes gravitationnelles comparables à celles que nous avons vu apparaître dans notre "première approximation des ondes gravitationnelles". Mais le vecteur gradient tridimensionnel n'a aucun rôle dans cette théorie : il peut être purement et simplement ignoré, de même que le potentiel newtonien. Ce qui a un rôle central, au contraire, c'est l'énergie associée à ces ondes.

La technique usuellement employée consiste à évaluer la perturbation apportée à la métrique générale (assimilée à la métrique de Minkowski) par un corps en mouvement : c'est une adaptation de la théorie des perturbations à la relativité générale. La perturbation doit être suffisamment faible pour qu'une approximation linéaire soit admissible.

Cette conception des ondes gravitationnelles peut très bien s'adapter à la métrique de Ni. Pour cela, on évalue la perturbation de la métrique locale générée, en un point donné, par un corps matériel (ou un système) distant. On décompose ce corps en éléments infinitésimaux (de masse dm_i , situés à la distance r_i). Comparons la métrique de Minkowski ($ds^2 = c^2 \cdot dt^2 - dl^2$) à la métrique modifiée par un de ces éléments infinitésimaux (supposé immobile par rapport à l'observateur) :

$$ds^2 = e^{-\frac{G \cdot dm}{r \cdot c^2}} \cdot c^2 \cdot dt^2 - e^{\frac{G \cdot dm}{r \cdot c^2}} \cdot dl^2 \approx \left(1 - \frac{G \cdot dm}{r \cdot c^2}\right) \cdot c^2 \cdot dt^2 - \left(1 + \frac{G \cdot dm}{r \cdot c^2}\right) \cdot dl^2 ;$$

la perturbation apportée par la masse dm est donc, au premier ordre :

$$-\frac{G \cdot dm}{r \cdot c^2} \cdot (c^2 \cdot dt^2 + dl^2) = -\frac{G \cdot dm}{r \cdot c^2} \cdot (c^2 \cdot dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Cette perturbation infinitésimale est exprimée ici dans un repère qui accompagne l'émetteur ; mais il est possible de changer de repère pour se placer dans un repère particulier (par exemple, dans le cas qui nous intéresse, un repère gravitationnellement immobile).

Il faut aussi faire intervenir le temps de parcours du message gravitationnel, donc la distance de l'élément de masse dm : on raisonne en termes de potentiels

retardés, et on ignore les potentiels avancés.

Il faut enfin faire une intégration sur l'ensemble des éléments constituant le corps dans sa totalité.

Ces idées, formalisées dans la langage des tenseurs, permettent de calculer de manière précise les ondes gravitationnelles de la relativité générale (basée sur la métrique de Schwarzschild) ; mais il est possible aussi de les exprimer selon la métrique de Ni : la métrique de référence n'a qu'un rôle secondaire.

Mais, comme on va le voir (section sur la dilatation directionnelle de l'espace), tout élément infinitésimal dm , en mouvement par rapport à l'observateur, est responsable d'une dilatation directionnelle. Nous n'allons donc pas poursuivre le calcul classique, long et très général, de la méthode conventionnelle : nous utiliserons de préférence la formule de la dilatation directionnelle de l'espace (voir la section sur la détection des ondes gravitationnelles) ; cette démarche, même s'il s'agit d'une simplification, nous semble plus instructive qu'une reproduction servile des travaux des universitaires. Nous considérons que c'est un raccourci pour aller droit au but, dans le cas particulier (extrêmement simple) qui nous intéresse. On verra que le calcul de cette dilatation directionnelle n'est en réalité qu'une variante très simplifiée de la méthode conventionnelle.

On admet généralement que ces ondes peuvent transporter de l'énergie. C'est le calcul de cette énergie qui permet de prévoir l'accélération séculaire des pulsars binaires. En électromagnétisme, c'est le vecteur de Poynting qui permet de calculer le flux d'énergie. En relativité générale, on utilise le tenseur d'Isaacson. Ceci sera discuté plus loin.

Si on admet la métrique de Ni, on peut très bien se contenter de cette approche conventionnelle : elle va permettre de calculer les perturbations spatio-temporelles causées par un système binaire en rotation rapide, et sa perte d'énergie, comme en relativité générale.

Mais cette voie de recherche ne nous satisfait pas, pour plusieurs raisons : d'abord elle élimine, à priori, la symétrie T ; ensuite elle est incompatible avec la notion de (pseudo-)force, sur laquelle nous avons basé notre étude.

8 L'approche quantique

Quelle que soit la métrique de référence, cette approche conventionnelle des ondes gravitationnelles soulève des questions fondamentales.

Si ces ondes ne sont qu'une déformation d'une abstraction géométrique appelée espace-temps, comment pourraient-elles stocker et transporter de l'énergie ? Comme l'a dit ironiquement Arthur Eddington (avant de se rallier à la relativité générale), les ondes gravitationnelles se déplacent à la vitesse de la pensée ! Bien entendu, personne n'en doute, ces ondes, comme toutes les autres, ont besoin d'un support physique (au moins d'un "champ") pour se déplacer ; et, si elles transportent de l'énergie, sachant que l'énergie est, par définition, le travail d'une force, il est nécessaire que ce support physique (le "vide quantique" ?) soit capable de transmettre un certain type de force qu'on pourrait appeler : "force gravitationnelle". Le problème est que la relativité générale ignore le vide quantique et les forces gravitationnelles ; elle saute à pieds joints de la distribution de la matière à la courbure de l'espace-temps, sans passer par la case "champ quantique". Il est pourtant indispensable de connaître les propriétés du vide quantique pour comprendre comment il peut gérer les transferts d'énergie ! Une théorie qui, comme la relativité générale, ignore cette problématique, est nécessairement incomplète.

Quant au calcul de l'énergie transportée par ces ondes, comment pourrait-il être fiable, alors qu'on ignore tout des forces en jeu ? Alors qu'on est même allé jusqu'à dire qu'il n'y avait pas de force gravitationnelle ? Comment est transportée cette énergie dans le vide, si le vide est vraiment vide ? Et si c'est un "vide plein", que contient-il, et comment fonctionne-t-il ?

Un autre problème soulevé par ces ondes est la brisure de la symétrie T . Si les ondes gravitationnelles se déplacent de manière centrifuge par rapport à la source, il est clair que, dans le film passé à l'envers, elles vont se déplacer de manière centripète... La symétrie est bien brisée ! Ceci vient du fait que, dans le calcul, on fait intervenir les potentiels retardés, et non les potentiels avancés. Si on veut intégrer la gravitation dans le cercle des forces fondamentales, basées sur des champs quantiques, alors il faut qu'elle respecte les règles quantiques. Si ce n'est pas le cas, alors son statut est tout autre. C'est pourquoi certains physiciens en font une "force émergente", ou bien la rapprochent de la thermodynamique...

D'après ce que nous avons vu précédemment, la symétrie T est la règle dans le domaine du non-événement, des champs quantiques, de l'équilibre. Elle n'est brisée que lorsqu'il y a de vrais échanges d'énergie-impulsion entre structures matérielles réelles.

On voit donc que, si on désire inclure le champ gravitationnel dans la famille des champs quantiques, il est nécessaire de se tourner vers une autre approche : l'approche quantique.

C'est le champ électromagnétique qui nous sert de modèle du champ quantique. Sous sa forme macroscopique, non quantique, il a été formalisé par Maxwell. Ses aspects quantiques, qui ont été bien analysés, apparaissent lorsqu'on l'étudie au niveau des photons individuels.

Reprenons donc l'exemple des ondes électromagnétiques, et plus précisément l'expérience des deux trous. Si une onde lumineuse passant par ces deux trous est captée par telle ou telle molécule d'halogénure d'argent de la plaque photographique, alors où se trouvait cette énergie avant d'être captée ? Les physiciens de l'école de Copenhague répondront que sa localisation ne pouvait être évaluée que de manière probabiliste avant le "collapse". L'onde sert à préciser au mieux le lien entre un événement "émission" et un événement "réception". Entre de ces deux événements, le photon n'existe que comme onde probabiliste. De même, on peut penser que le champ gravitationnel indique des probabilités d'échange d'énergie-impulsion, et ne possède en propre aucune énergie localisée dans l'espace et le temps.

L'expérience des deux trous montre bien qu'il est vain de chercher par où passe un photon. Si on sait qu'il a été émis par un émetteur A et reçu par un récepteur B , on ne pourra jamais affirmer qu'il est passé (ou n'est pas passé) par un point C . Pour pouvoir l'affirmer, il faudrait pouvoir faire une vérification (car une affirmation n'a de valeur scientifique que si elle est vérifiable). La seule vérification possible est de placer un détecteur en C . Mais si le photon est détecté en C , alors il n'a pas pu être détecté en B . Contradiction. Se représenter le photon comme un grain d'énergie qui suit un parcours précis dans l'espace et le temps est un non-sens. Cette représentation est purement virtuelle.

De la même façon, un champ gravitationnel quantique est nécessairement virtuel. Il transmet un message, une information, mais aucune énergie propre. Il permet seulement l'établissement de contacts à distance entre corps matériels, et s'il assure bien des échanges d'énergie-impulsion, cette énergie n'est pas la sienne.

On pourrait se représenter le message gravitationnel émis par un corps comme une petite annonce : "Possède énergie-impulsion ; suis disposé à faire échange". Mais le message, ou l'onde, appartiennent au domaine du virtuel. Ce n'est que lorsque l'échange est acté qu'on accède au réel.

9 L'hypothèse du transfert de moment cinétique

Il est possible de rechercher des explications de l'accélération séculaire des pulsars binaires, autres que celle qui est admise par la relativité générale, ne faisant pas intervenir un transport d'énergie assuré par la géométrie de l'espace-temps. Voici une hypothèse que nous avons sélectionnée : vraie ou fausse, elle est instructive. Notre calcul va se baser sur la notion de force, comme en mécanique newtonienne (et comme nous y autorise la métrique de Ni, qui est fondamentalement une théorie basée sur la courbure de l'espace-temps, mais qui peut aussi s'interpréter, localement, en termes de pseudo-accélération, ou de pseudo-forces,

donc d'échanges d'énergie-impulsion). A partir du moment où on fait intervenir les forces au sens de Newton, donc l'énergie réelle, on ne se situe plus dans le monde virtuel : on étudie les effets du champ (qui est virtuel) sur la matière (qui est réelle).

Disons tout de suite que cette interprétation alternative ne doit pas être conçue comme une rivale ayant pour but de détrôner la théorie conventionnelle des ondes gravitationnelles ; il faut plutôt l'envisager comme complémentaire. C'est une tentative ayant pour but de ramener les ondes gravitationnelles dans le champ naturel de la physique, qu'elle soit classique ou quantique. Et le sujet est d'importance : le dialogue "impossible" (?) entre la relativité générale et le reste de la physique, déjà remarqué à diverses reprises, touche ici à l'absurde...

A ce jour, une question a été étudiée de manière approfondie par les physiciens (au moins dans le cadre mathématique proposé par la relativité générale) : comment un système double dissipe-t-il de l'énergie dans l'espace sous forme d'ondes gravitationnelles ? Mais une seconde question a été, jusqu'ici, trop négligée : que devient cette énergie ? C'est à cette dernière question que nous voudrions apporter un (petit) élément de réponse.

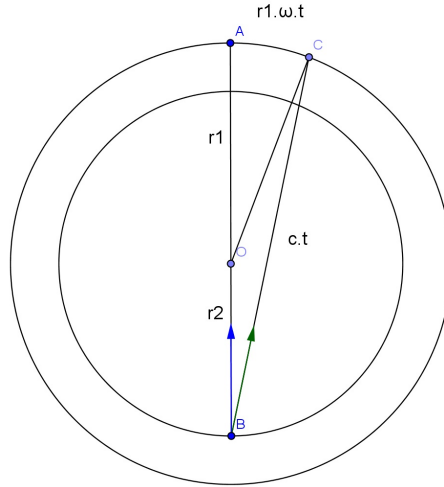
Notre approche va faire intervenir non seulement le mouvement de "translation" (mouvement orbital) des deux étoiles autour du centre de gravité du système, mais aussi leur "rotation" propre ("spin" en Anglais) autour de leurs axes de rotation respectifs. Dans l'étude de l'orbite d'un point matériel, le calcul le plus simple se base sur la notion de géodésique, même si la notion de pseudo-accélération peut être invoquée. Mais dans le cas présent, chaque atome de chacune des étoiles va subir l'influence des atomes voisins par "contact direct" (ou plus précisément par un réseau complexe d'interactions électromagnétiques et d'échanges d'énergie-impulsion par "chocs élastiques"), ce qui va lui interdire de suivre une géodésique. Le comportement de l'ensemble des atomes formant une étoile va être un comportement global, organisé. Dans ce cas, c'est le recours à la pseudo-accélération qui va nous permettre d'aborder le problème ; ou simplement le recours à l'accélération classique (si les vitesses ne sont pas relativistes) et à la force newtonienne.

Dans un premier temps, nous allons imaginer, comme dans la section sur les systèmes doubles dans le cadre newtonien, deux étoiles de centres A et B et de masses m_1 et m_2 , tournant autour de leur centre de gravité O sur des orbites circulaires de rayons r_1 et r_2 , à la vitesse angulaire ω . On notera $r = r_1 + r_2$ la distance qui sépare les deux étoiles ; c'est aussi le rayon de l'orbite du mobile fictif. Nous notons m la somme des masses : $m = m_1 + m_2$, et m' la masse du mobile fictif : $m' = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$. De plus, nous notons R_1 et R_2 les rayons des deux étoiles.

Dans la figure qui suit, les deux étoiles sont supposées ponctuelles.

Nous supposons qu'à un instant donné s'exerce au point B une force (vecteur bleu) dirigée vers le point A (donc vers O).

On pourrait se demander pourquoi la force ne pointerait pas vers C (point où se trouvait la première étoile à l'instant de l'émission). Une première réponse se trouve dans le document sur les systèmes binaires, paragraphe sur la propagation de la gravité : le centre des sphères équipotentielles accompagne l'étoile émettrice. Quand la première étoile est en C , elle génère une nouvelle sphère équipotentielle, de rayon nul, donc réduite au point C ; puis le centre de la sphère se déplace sur l'arc CA , tandis que son rayon croît ; quand son centre arrive en A , son rayon est égal à $r_1 + r_2$, donc la sphère atteint le point B . La force qui s'exerce au point B est déterminée par le gradient du potentiel, donc normale à la surface de la sphère, ce qui signifie qu'elle pointe vers A .

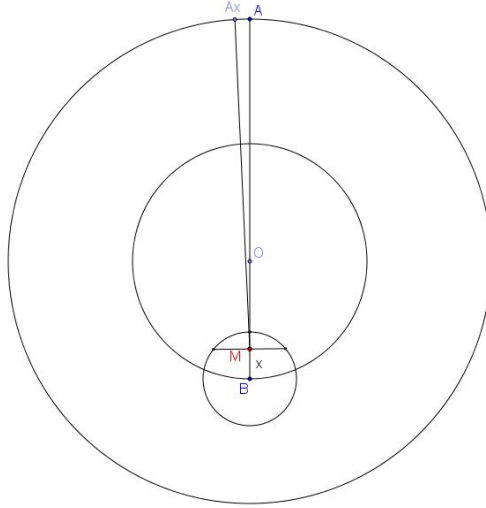


Mais on peut proposer aussi une autre explication : le message gravitationnel qui circule de l'étoile A vers l'étoile B , à la vitesse de la lumière, ne transporte aucune énergie-impulsion réelle, mais seulement une probabilité d'échange d'énergie-impulsion entre la source (en A) et la cible (en B). A l'instant où le message atteint la cible, l'échange est "acté". Selon le principe de non-localité, l'énergie-impulsion "débitée" en A équivaut à l'énergie-impulsion "créditée" en B (ou inversement). Les événements "départ du message" et "arrivée du message" sont inséparables : ils vérifient $\Delta s = 0$ (bien qu'on ait $\Delta t \neq 0$ et $\Delta l \neq 0$).

En réalité, ces deux explications n'en font qu'une ; sur le plan théorique, elles sont sous-tendues par l'idée que le champ gravitationnel est mis en place par un flux à double sens, dont l'un peut être interprété comme antichrone.

Mais l'étoile de centre B n'est pas ponctuelle ; nous allons prendre en compte son rayon R_2 . Pour la simplicité du raisonnement, nous supposons toujours que l'étoile de centre A est ponctuelle.

On doit comprendre qu'à l'instant où le message émis par la première étoile (en A) arrive au point B (centre de la seconde étoile), les autres points de cette seconde étoile reçoivent eux aussi des messages ; mais ceux-ci n'ont pas été émis simultanément : les points qui sont plus proches de A reçoivent un message qui a voyagé un peu moins longtemps, donc qui a été émis un peu plus tard, et ceux qui sont plus loin de A reçoivent un message qui a voyagé un peu plus longtemps, donc qui a été émis un peu plus tôt. Il en résulte que les points qui sont plus proches de A vont subir une force qui ne va pas pointer exactement vers A , mais un peu "à gauche" (les orbites étant parcourues dans le sens direct) ; les points qui sont plus loin de A vont subir une force qui va pointer un peu "à droite". Ces forces vont exercer sur la seconde étoile un couple qui va tendre à la faire tourner sur elle-même, de plus en plus vite, dans le sens direct (donc dans le même sens que le mouvement orbital). Par conservation du moment cinétique total, l'accélération du "spin" (rotation de l'étoile sur elle-même) s'accompagne d'une décélération du mouvement orbital.



Lorsqu'on étudie le champ de l'étoile A dans un repère lié à A , les surfaces équipotentielles peuvent être assimilées à des sphères concentriques de centre A ; en tout point, la pseudo-force (l'opposé du gradient) est dirigée vers A . Le problème vient du fait que pour étudier l'effet des pseudo-forces sur la rotation de l'étoile de centre B , il faut se placer dans un repère lié à B , et ce changement de repère introduit une torsion du vecteur gradient dans le voisinage de B . La rotation de l'étoile de centre B va varier en fonction du moment des pseudo-forces qui s'exercent simultanément en chacun de ses points ; mais nous savons

que la notion de simultanéité est relative. Ici, il s'agit de la simultanéité évaluée dans un repère lié à B , et non à A !

Formalisons ce qui vient d'être dit. Soit un point M de la seconde étoile, situé à la distance $AB - x = r - x$ de A . Par rapport au point B , il reçoit un message émis un peu plus tard, l'intervalle de temps étant : $\frac{x}{c}$. Pendant ce temps, le centre des cercles équipotentiels de la première étoile s'est déplacé de A en A_x , avec $AA_x = v_1 \cdot \frac{x}{c}$. La force qui s'exerce en M va donc faire avec $[BA]$ un angle dont la tangente est de l'ordre de : $\frac{AA_x}{MA} \approx \frac{AA_x}{BA} \approx \frac{v_1 \cdot x}{c \cdot r} = \frac{r_1 \cdot \omega \cdot x}{c \cdot r}$.

Pour une masse infinitésimale dm , le module de cette force est de l'ordre de $\frac{G \cdot m_1 \cdot dm}{r^2}$, et sa composante tangentielle (perpendiculaire à $[BA]$) est donc :

$$\frac{G \cdot m_1 \cdot dm}{r^2} \cdot \frac{r_1 \cdot \omega \cdot x}{c \cdot r} = \frac{G \cdot m_1 \cdot r_1 \cdot \omega \cdot x}{c \cdot r^3} \cdot dm.$$

Le moment de cette force tangentielle par rapport à B s'obtient en la multipliant par x , ce qui donne :

$$\frac{G \cdot m_1 \cdot r_1 \cdot \omega \cdot x^2}{c \cdot r^3} \cdot dm.$$

L'ensemble des points correspondant à une même valeur de x ($-R_2 < x < R_2$) est un disque obtenu en coupant l'étoile par un plan perpendiculaire à $[BA]$; son rayon est $\sqrt{R_2^2 - x^2}$, et son aire est $\pi \cdot (R_2^2 - x^2)$. Nous allons donc faire une intégration en découpant l'étoile en tranches d'épaisseur infinitésimale dx et d'aire $\pi \cdot (R_2^2 - x^2)$, donc de volume infinitésimal : $dV = \pi \cdot (R_2^2 - x^2) \cdot dx$.

Nous allons supposer que notre étoile est homogène (de densité constante, du centre jusqu'à la surface). Si nous notons dm la masse de la tranche de volume dV , nous pouvons écrire : $\frac{dm}{dV} = \frac{m_2}{V} = \frac{m_2}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_2^3}$, donc :

$$dm = \frac{m_2 \cdot dV}{V} = \frac{m_2 \cdot dV}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_2^3} = \frac{3 \cdot m_2 \cdot dV}{4 \cdot \pi \cdot R_2^3} = \frac{3 \cdot m_2 \cdot \pi \cdot (R_2^2 - x^2)}{4 \cdot \pi \cdot R_2^3} \cdot dx ;$$

$$dm = \frac{3 \cdot m_2 \cdot (R_2^2 - x^2)}{4 \cdot R_2^3} \cdot dx.$$

Le moment global des forces qui s'exercent sur cette tranche d'épaisseur dx est donc :

$$\frac{G \cdot m_1 \cdot r_1 \cdot \omega \cdot x^2}{c \cdot r^3} \cdot dm = \frac{G \cdot m_1 \cdot r_1 \cdot \omega \cdot x^2}{c \cdot r^3} \cdot \frac{3 \cdot m_2 \cdot (R_2^2 - x^2)}{4 \cdot R_2^3} \cdot dx.$$

Le moment total des forces s'exerçant sur toutes les tranches s'obtient par intégration sur la variable x , variant de $-R_2$ à R_2 :

$$\frac{3 \cdot G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot r_1 \cdot \omega}{4 \cdot c \cdot r^3 \cdot R_2^3} \cdot \int_{-R_2}^{R_2} (R_2^2 - x^2) \cdot x^2 \cdot dx = \frac{3 \cdot G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot r_1 \cdot \omega}{4 \cdot c \cdot r^3 \cdot R_2^3} \cdot \left[\frac{R_2^2 \cdot x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right]_{-R_2}^{R_2} ;$$

ou encore :

$$\frac{3.G.m_1.m_2.r_1.\omega}{4.c.r^3.R_2^3} \cdot \left[2 \cdot \frac{R_2^5}{3} - 2 \cdot \frac{R_2^5}{5} \right] = \frac{3.G.m_1.m_2.r_1.\omega}{4.c.r^3.R_2^3} \cdot \frac{4}{15} \cdot R_2^5 = \frac{G.m_1.m_2.r_1.R_2^2.\omega}{5.c.r^3}.$$

Appelons μ_2 le moment cinétique de l'étoile B (c'est-à-dire de son spin). Sa dérivée par rapport au temps est égale au moment des forces que nous venons de calculer :

$$\frac{d\mu_2}{dt} = \frac{3.G.m_1.m_2.r_1.\omega}{4.c.r^3.R_2^3} \cdot \frac{4}{15} \cdot R_2^5 = \frac{G.m_1.m_2.r_1.R_2^2.\omega}{5.c.r^3}.$$

Dans la section sur les systèmes binaires en gravitation newtonienne, nous avons rappelé que $\frac{r_1}{r} = \frac{m_2}{m}$, ce qui entraîne :

$$m_1.r_1 = \frac{m_1.m_2.r}{m} = m'.r.$$

La formule précédente devient donc :

$$\frac{d\mu_2}{dt} \approx \frac{1}{5} \cdot \frac{\omega}{c} \cdot \frac{G.m_2.m'}{r^2} \cdot R_2^2.$$

De même, pour la première étoile :

$$\frac{d\mu_1}{dt} \approx \frac{1}{5} \cdot \frac{\omega}{c} \cdot \frac{G.m_1.m'}{r^2} \cdot R_1^2.$$

Appelons μ le moment cinétique orbital du système, autrement dit le moment cinétique orbital du mobile fictif; la conservation du moment cinétique total impose que :

$$\frac{d\mu}{dt} = - \left(\frac{d\mu_1}{dt} + \frac{d\mu_2}{dt} \right) \approx - \frac{1}{5} \cdot \frac{\omega}{c} \cdot \frac{G.m'}{r^2} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2).$$

Comme nous souhaitons tester notre formule dans des situations où les orbites sont elliptiques, nous allons compliquer un peu le problème : nous supposons maintenant que r varie, et nous allons reprendre les formules vues dans la section sur les orbites elliptiques et les lois de Képler.

Sachant que $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, on peut écrire :

$$d\mu \approx - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{G.m'}{r^2} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot d\theta.$$

Rappelons-nous que, pour une orbite elliptique, $r = \frac{p}{1+e.\cos\theta}$, où p est le paramètre de l'ellipse, et e son excentricité; on écrira donc :

$$d\mu \approx - \frac{1}{5} \cdot \frac{G.m'}{c} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot \frac{(1+e.\cos\theta)^2}{p^2} \cdot d\theta.$$

Pour un tour d'orbite, on aura :

$$\Delta\mu \approx -\frac{1}{5} \cdot \frac{G.m'}{c.p^2} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot \int_{\theta=0}^{2\pi} (1 + e.\cos\theta)^2 . d\theta.$$

Comme $(1 + e.\cos\theta)^2 = 1 + 2.e.\cos\theta + e^2.\cos^2\theta = 1 + 2.e.\cos\theta + e^2 \cdot \left(\frac{1+\cos(2\theta)}{2}\right)$,
on a $(1 + e.\cos\theta)^2 = 1 + \frac{e^2}{2} + 2.e.\cos\theta + \frac{e^2}{2}\cos(2\theta)$; par conséquent :

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} (1 + e.\cos\theta)^2 . d\theta = \left[\left(1 + \frac{e^2}{2}\right) \cdot \theta \right]_{\theta=0}^{2\pi} + 2.e. [\sin\theta]_{\theta=0}^{2\pi} + \frac{e^2}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sin(2\theta) \right]_{\theta=0}^{2\pi} = 2\pi \cdot \left(1 + \frac{e^2}{2}\right),$$

ce qui entraîne :

$$\Delta\mu \approx -\frac{1}{5} \cdot \frac{G.m'}{c.p^2} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot 2\pi \cdot \left(1 + \frac{e^2}{2}\right).$$

Si on néglige les variations pendant un tour d'orbite, on peut considérer que, à long terme (sur un nombre suffisant de tours), μ décroît linéairement en fonction du temps ; on écrira :

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{\Delta\mu}{T} ;$$

$$d\mu \approx -\frac{1}{5} \cdot \frac{G.m'}{c.p^2} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot 2\pi \cdot \left(1 + \frac{e^2}{2}\right) \cdot \frac{dt}{T}.$$

D'autre part, en appliquant la loi des aires à l'orbite du mobile fictif (de masse m'), en notant dA l'aire balayée par le rayon vecteur pendant le temps dt , A l'aire totale de l'ellipse, a son demi-grand axe, évaluons le moment cinétique μ :

$$\mu = m'.r^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} = 2.m' \cdot \frac{dA}{dt} = 2.m' \cdot \frac{A}{T} = 2.m' \cdot \frac{\pi.a^2.\sqrt{1-e^2}}{T} ;$$

$$\frac{d\mu}{\mu} \approx -\frac{1}{5} \cdot \frac{G.m'}{c.p^2} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot 2\pi \cdot \left(1 + \frac{e^2}{2}\right) \cdot \frac{T}{2.m' \cdot \pi.a^2.\sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{dt}{T} ;$$

$$\frac{d\mu}{\mu} \approx -\frac{1}{5} \cdot \frac{G.(m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2)}{c.p^2.a^2.\sqrt{1-e^2}} \cdot \left(1 + \frac{e^2}{2}\right) \cdot dt.$$

Nous savons que $p = a.(1 - e^2)$; on a donc :

$$\frac{d\mu}{\mu} \approx -\frac{1}{5} \cdot \frac{G.(m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2)}{c.a^4} \cdot \frac{1 + \frac{e^2}{2}}{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot dt.$$

Nous avons vu, dans la section sur les systèmes doubles en théorie newtonienne, que $\frac{dT}{T} = 3 \cdot \frac{d\mu}{\mu}$; par conséquent :

$$\frac{dT}{T} \approx -\frac{3}{5} \cdot \frac{G.(m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2)}{c.a^4} \cdot \frac{1 + \frac{e^2}{2}}{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot dt,$$

ou encore :

$$\frac{dT}{dt} \approx -\frac{3}{5.c} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot \frac{1 + \frac{e^2}{2}}{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot \frac{G.T}{a^4}.$$

Dans cette formule, il est possible d'éliminer a , qui est relié à T , m_1 et m_2 par la troisième loi de Képler, appliquée à l'orbite du mobile fictif : $T^2 = \frac{4.\pi^2.a^3}{G.m} = \frac{4.\pi^2.a^3}{G.(m_1+m_2)}$, ou $a = \frac{G^{\frac{1}{3}}.m^{\frac{1}{3}}.T^{\frac{2}{3}}}{(2.\pi)^{\frac{2}{3}}}$, ou encore $a^4 = \frac{G^{\frac{4}{3}}.m^{\frac{4}{3}}.T^{\frac{8}{3}}}{(2.\pi)^{\frac{8}{3}}}$, ce qui entraîne :

$$\frac{G.T}{a^4} = \frac{(2.\pi)^{\frac{8}{3}}.G.T}{G^{\frac{4}{3}}.m^{\frac{4}{3}}.T^{\frac{8}{3}}} = (2.\pi)^{\frac{8}{3}}.G^{-\frac{1}{3}}.m^{-\frac{4}{3}}.T^{-\frac{5}{3}}.$$

On a donc :

$$\frac{dT}{dt} \approx -\frac{3}{5.c} \cdot (m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2) \cdot \frac{1 + \frac{e^2}{2}}{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot (2.\pi)^{\frac{8}{3}}.G^{-\frac{1}{3}}.m^{-\frac{4}{3}}.T^{-\frac{5}{3}};$$

$$\frac{dT}{dt} \approx -\frac{3}{5} \cdot \frac{(2.\pi)^{\frac{8}{3}}.G^{-\frac{1}{3}}}{c} \cdot \frac{1 + \frac{e^2}{2}}{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot m^{-\frac{1}{3}}.T^{-\frac{5}{3}} \cdot \frac{m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2}{m_1 + m_2}.$$

On peut écrire aussi :

$$\frac{m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2}{m_1 + m_2} \approx -\frac{5}{3} \cdot \frac{c.G^{\frac{1}{3}}}{(2.\pi)^{\frac{8}{3}}} \cdot \frac{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}}{1 + \frac{e^2}{2}} \cdot (m_1 + m_2)^{\frac{1}{3}}.T^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{dT}{dt}.$$

Sachant que $c \approx 3.10^8$ m/s et que $G \approx 6,67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$, on en tire :

$$\frac{m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2}{m_1 + m_2} \approx -1510 \cdot \frac{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}}{1 + \frac{e^2}{2}} \cdot (m_1 + m_2)^{\frac{1}{3}}.T^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{dT}{dt}.$$

Les masses sont exprimées ici en kg ; mais on peut aussi les exprimer en masses solaires ($M_{\odot} \approx 2.10^{30}$ kg) ; on obtient alors :

$$\frac{m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2}{m_1 + m_2} \approx -1510 \cdot \frac{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}}{1 + \frac{e^2}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}.10^{10} \cdot (m_1 + m_2)^{\frac{1}{3}}.T^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{dT}{dt};$$

$$\frac{m_1.R_1^2 + m_2.R_2^2}{m_1 + m_2} \approx -19,02.10^{12} \cdot \frac{(1 - e^2)^{\frac{5}{2}}}{1 + \frac{e^2}{2}} \cdot (m_1 + m_2)^{\frac{1}{3}}.T^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{dT}{dt}.$$

Rappelons que nous avons supposé que la matière était répartie uniformément à l'intérieur des étoiles, ce qui est faux : en réalité, la densité est plus forte vers le centre. On peut donc dire que nous avons raisonné sur un rayon fictif : c'est le rayon de la sphère dans laquelle il faudrait répartir la matière uniformément pour obtenir la même accélération séculaire. Ce rayon fictif est

inférieur au rayon réel.

Appelons "rayon caractéristique" le nombre R_c défini par $R_c^2 = \frac{m_1.R_1^2+m_2.R_2^2}{m_1+m_2}$; c'est la moyenne quadratique pondérée des deux rayons fictifs. Ce rayon caractéristique détermine l'efficacité du ralentissement séculaire du système.

On a alors :

$$R_c \approx 4,36 \cdot \frac{(1-e^2)^{\frac{5}{4}}}{(1+\frac{e^2}{2})^{\frac{1}{2}}} \cdot (m_1+m_2)^{\frac{1}{6}} \cdot T^{\frac{5}{6}} \cdot \left(-10^{12} \cdot \frac{dT}{dt}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Prenons le problème à l'envers, et utilisons cette formule pour calculer R_c dans le cas de quelques systèmes binaires.

On estime généralement que le rayon des étoiles à neutrons est de l'ordre de 10 à 20 km ; en supposant que la gravité soit équilibrée par la pression d'un gaz parfait de neutrons dégénérés, on propose parfois la formule approximative suivante, pour une étoile de masse m : $R \approx 16 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_\odot}{m}}$ (en km). Pour $m = 1,4.M_\odot$, on obtient : $R \approx 14,3$ km. Un calcul plus sophistiqué (mais peu fiable, car l'équation d'état du gaz de neutrons est encore mal connue) suggère un rayon équatorial compris entre 12,5 et 17 km environ, selon la vitesse de rotation de l'étoile. Pour comparaison, remarquons que, selon les estimations les plus récentes, le pulsar qui se trouve dans le système *PSR J0348+0432* aurait une masse de $2.M_\odot$ et un rayon de 13 ± 2 km ; en admettant que le rayon soit bien inversement proportionnel à la racine cubique de la masse, on retrouve, pour une masse de $1,4.M_\odot$, l'encadrement $12,5 \text{ km} < R < 17 \text{ km}$. Mais, en supposant que la densité des étoiles à neutrons soit plus forte vers le centre qu'à la surface, nous nous devons nous attendre à obtenir un rayon caractéristique un peu inférieur au rayon réel.

Dans le tableau qui suit, les quatre premiers systèmes (en rouge) sont composés de deux étoiles à neutrons (visibles ou non comme pulsars), le cinquième et le sixième (en bleu) comprennent une étoile à neutrons et une naine blanche, le dernier (en vert) est composé de deux naines blanches.

système	m_1 ($M_\odot$)	m_2 ($M_\odot$)	e	T (s)	$-10^{12} \cdot \frac{dT}{dt}$	R_c (km)
PSR B1913+16	1,44	1,39	0,6	27900	2,4	21,3
PSR B1534+12	1,33	1,35	0,27	36300	0,137	12
PSR J0737-3039	1,34	1,25	0	8820	1,25	11
PSR J1141-6545	1,30	0,99	0,2	17040	0,4	10,6
PSR J0348+0432	2,03	0,172	0	8856	0,26	4,9
PSR J0751+1807	1,34	0,138	0	21600	0,033	3,4
WD J0651+2844	0,26	0,5	0	765	9,8	3,25

Les rayons caractéristiques obtenus pour le deuxième, le troisième et le quatrième couples (12 km, 11 km, 10,6 km) correspondent bien à notre attente, tandis que le premier (21,3 km) est nettement trop élevé, ce qui nous incite à poser la question : l'accélération du système *PSR B1913 + 16* ne serait-elle pas brouillée par un effet Shklovski galactique anormal ? Or il se trouve qu'une cause possible de cette anomalie peut être facilement identifiée : il s'agit d'une importante concentration de matière interstellaire (le bras d'Ophiucus) située sur la ligne de visée du pulsar binaire. Il est malheureusement très difficile d'évaluer les forces gravitationnelles éventuelles qui pourraient s'exercer sur le pulsar, car il faudrait pouvoir évaluer la masse et la position des nuages situés devant et derrière celui-ci. Une force pointant vers l'observateur permettrait d'expliquer une accélération séculaire apparente trop importante.

Pour les spécialistes, c'est plutôt l'avant-dernier couple (*PSR J0751 + 1807*) qui serait affecté par l'effet Shklovski, mais aussi le second (*PSR B1534 + 12*), dont l'accélération séculaire correspond mal aux prédictions de la relativité générale (alors que, selon nos calculs, il semble être parfaitement dans la norme...).

Intéressons-nous au dernier couple : *WD J0651 + 2844*, formé de deux naines blanches très rapprochées et tournant autour de leur centre de gravité commun à plus de 600 km.s^{-1} , en s'éclipsant mutuellement à intervalles réguliers. Les astronomes ont pu évaluer les rayons de ces deux étoiles : $R_1 \approx 26\,000 \text{ km}$ et $R_2 \approx 9\,700 \text{ km}$. Notre modèle, qui annonce un rayon caractéristique de quelques kilomètres seulement, est donc pris en défaut ! En effet, il prévoit, semble-t-il, une accélération du système beaucoup plus importante que celle qui a été mesurée. Comment justifier cet écart considérable ? Une explication peut être proposée : l'effet de marée, négligeable dans le cas des étoiles à neutrons, devient prépondérant chez les naines blanches, ce qui fait que le spin ne peut pas accélérer librement. Précisons ce phénomène : les astrophysiciens admettent que les naines blanches tournant sur des orbites serrées calent leur spin sur leur période orbitale, de sorte qu'elles présentent toujours la même face l'une à l'autre, comme la Lune par rapport à la Terre. Elles sont fortement déformées par deux bourrelets de marée opposés. Si l'axe de ces bourrelets forme un angle ϵ avec l'axe AB joignant les centres des deux étoiles, l'attraction exercée par chaque étoile sur les bourrelets de l'autre va générer un couple proportionnel à $\sin \epsilon$. Il existe une valeur précise de ϵ pour laquelle ce couple annule exactement le couple décrit précédemment (le couple d'attraction différentielle dû à la vitesse finie de propagation de la gravité). L'angle ϵ va donc se caler sur cette position d'équilibre. Chez les étoiles à neutrons, au contraire, les bourrelets de marée sont à peu près nuls, de sorte que, quel que soit ϵ , le couple qui leur est associé ne pourra jamais équilibrer le couple d'attraction différentielle que nous venons de décrire. Cette explication vaut aussi pour les couples *PSR J0348 + 0432* et *PSR J0751 + 1807*, qui comprennent chacun une étoile à neutrons et une naine blanche. Mais alors pourquoi l'accélération séculaire n'est-elle pas rigoureusement nulle ? La première explication qui vient à l'esprit fait intervenir une déformation dynamique des naines blanches : elles sont constituées de couches

qui glissent les unes sur les autres sous l'action des forces gravitationnelles différentielles, tout en dissipant de la chaleur. Le comportement très différent des naines blanches, par rapport aux étoiles à neutrons, vient du fait que les premières sont à la fois beaucoup plus volumineuses et déformables, tandis que les secondes sont hyperdenses, presque parfaitement sphériques, et rigides.

L'hypothèse que nous avons développée ici, basée sur le couple d'attraction différentielle dû à la vitesse finie de propagation de la gravité, est certes fragile, mais nous avons choisi de présenter quand même ce calcul, car les rayons caractéristiques obtenus par cette méthode pour les couples d'étoiles à neutrons se rapprochent de manière frappante des valeurs attendues, même si l'effet Shklovski peut légèrement brouiller les calculs.

On peut remarquer une chose assez étrange : les équations dont nous sommes partis, qui décrivent le mouvement d'un couple de corps ponctuels autour de leur centre de gravité commun, respectent la symétrie T. A l'arrivée, nous avons obtenu une "accélération séculaire" irréversible. La symétrie T s'est perdue en route. Où et comment ?

La réponse me semble assez simple. A partir du moment où nous parlons de la rotation d'une étoile sur elle-même, nous faisons intervenir, sans le dire, une multitude d'interactions entre les particules (réelles) qui la composent ; les vitesses individuelles de ces particules s'organisent entre elles pour générer un mouvement de rotation ordonné (un phénomène dynamique dont la clé est la réduction de la fonction d'onde). Nous ne parlons plus d'une particule individuelle, mais d'un système organisé. Un tel système s'inscrit dans le niveau deux de la physique (voir le document "Gravitation classique ou quantique ?", section sur les deux niveaux de la physique). Dès lors, nous devons raisonner comme en physique classique, avec un temps irréversible.

Remarquons que l'idée proposée ici est adaptée à la théorie de Newton (basée sur la notion de force), qu'on aurait complétée en introduisant une vitesse finie de propagation de la gravité. Nous avons dit précédemment (voir le document sur les métriques, section sur les géodésiques en coordonnées localement cartésiennes) qu'aucune théorie métrique de la gravitation ne peut se baser rigoureusement sur la notion de force au sens newtonien, mais que la métrique de Ni admet une traduction locale en termes de pseudo-force.

Bien entendu, le rôle du mécanisme décrit ici reste hypothétique, et doit être discuté dans l'optique d'une intégration de la notion de champ gravitationnel dans le cadre de la mécanique quantique et de la théorie des champs.

10 Dilatation directionnelle de l'espace

Dans la plupart des documents qui composent notre étude, nous nous intéressons à des situations d'équilibre, dans lesquelles le champ a une symétrie maximale. Mais, pour expliquer le principe de la détection des ondes gravitationnelles, nous avons besoin d'introduire un cas un peu particulier, dans lequel la métrique de Ni (que nous avons étudiée jusqu'ici) se trouve perturbée de manière infinitésimale.

Nous avons vu que le champ quadrivectoriel, en un point donné, dépend des énergies-impulsions de tous les corps matériels de l'Univers, affectées de coefficients en $\frac{1}{r}$. Mais la contribution d'un corps donné dépend de sa vitesse. Pour le comprendre, il faut se rappeler que le flux d'information émis par ce corps, et donc la dilatation de l'espace qu'il engendre, se calcule facilement, selon les formules présentées dans la section "Gravitation relativiste et critère de Schild", dans le repère du corps émetteur ; mais dans tout autre repère, on va être conduit à réinterpréter cette information en fonction de l'immobilité gravitationnelle locale.

Quand on étudie le champ gravitationnel produit par un corps inertiel M , on commence toujours par se placer dans un repère lié à ce corps ; c'est ce que nous avons fait dans le document sur le potentiel gravitationnel, dans le document sur les systèmes binaires, et dans le présent document (section "Première approximation des ondes gravitationnelles"). Attention : on choisit alors un repère qui, en général, n'est pas "gravitationnellement immobile", mais qui s'en déduit par la transformation de Lorentz. Pour les besoins des calculs, on pourra le supposer immobile, mais c'est une immobilité subjective, relative, et non physique.

Nous observons le voisinage d'un point P donné, gravitationnellement immobile ; notre but est d'évaluer la modification des règles et des horloges locales, induite par un corps M situé à la distance d , de masse m , se déplaçant à la vitesse v . Ce corps est supposé suffisamment éloigné (ou peu massif) pour que sa contribution à l'immobilité gravitationnelle locale soit négligeable.

Nous allons poser : $k = \frac{G.m}{c^2}$. D'autre part, nous allons supprimer la troisième coordonnée spatiale pour alléger l'écriture.

Pour se fixer les idées, on va considérer que dt_{loc} est une durée de référence locale (intervalle entre le "tic" et le "tac" d'une horloge locale, située au point P) et que dx_{loc} et dy_{loc} sont deux longueurs de référence locales (indiquées par deux règles locales d'orientations différentes, toujours en P). Supposons, pour le moment, que le corps émetteur M n'existe pas (ou faisons abstraction de son influence). Si on note Φ la différence de potentiel (potentiel du point P moins

potentiel de O , observateur distant), on sait qu'on a :

$$\begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dt_{dist} \\ dx_{dist} \\ dy_{dist} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{\Phi}{c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\Phi}{c^2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{\Phi}{c^2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt_{loc} \\ dx_{loc} \\ dy_{loc} \end{pmatrix} .$$

Faisons maintenant intervenir le corps émetteur M , situé à la distance d du point P ; supposons pour commencer qu'il soit immobile par rapport à P , et aussi par rapport à l'observateur distant O . Il produit au point P une diminution du potentiel : $\Delta\Phi = -\frac{G.m}{d}$. La nouvelle différence de potentiel sera donc :

$$\Phi' = \Phi - \frac{G.m}{d} ;$$

$$\frac{\Phi'}{c^2} = \frac{\Phi}{c^2} - \frac{G.m}{d.c^2} = \frac{\Phi}{c^2} - \frac{k}{d} ;$$

$$e^{\frac{\Phi'}{c^2}} = e^{\frac{\Phi}{c^2}} . e^{-\frac{k}{d}} ;$$

$$e^{-\frac{\Phi'}{c^2}} = e^{-\frac{\Phi}{c^2}} . e^{\frac{k}{d}} ;$$

$$\begin{pmatrix} e^{-\frac{\Phi'}{c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\Phi'}{c^2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{\Phi'}{c^2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{k}{d}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-\frac{\Phi}{c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\Phi}{c^2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{\Phi}{c^2}} \end{pmatrix} .$$

Les nouvelles estimations (par l'observateur distant O) de la durée de référence et des deux longueurs de référence sont maintenant dt' , dx' et dy' , données par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} dt' \\ dx' \\ dy' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} e^{-\frac{\Phi'}{c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\Phi'}{c^2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{\Phi'}{c^2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt_{loc} \\ dx_{loc} \\ dy_{loc} \end{pmatrix} = ... \\ &= \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{k}{d}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-\frac{\Phi}{c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\Phi}{c^2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{\Phi}{c^2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt_{loc} \\ dx_{loc} \\ dy_{loc} \end{pmatrix} = ... \\ &= \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{k}{d}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \end{pmatrix} . \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\begin{pmatrix} dt' \\ dx' \\ dy' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{k}{d}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \end{pmatrix}$$

Supposons maintenant que le corps émetteur M se déplace, par rapport au point P , et donc aussi par rapport à l'observateur O immobile, à la vitesse $\vec{v}$ selon l'axe des x . La formule ci-dessus doit alors être adaptée, car l'influence du corps émetteur se calcule dans son repère propre ; il faut d'abord attribuer (virtuellement) au point P (et à l'observateur O) une vitesse égale à $\vec{v}$ avant de pouvoir l'utiliser ; après quoi il faudra revenir dans le repère initial, gravitationnellement immobile. On va donc composer la matrice de Lorentz, la matrice de changement de potentiel (rappelée ci-dessus), et la matrice de Lorentz inverse ; ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} dt' \\ dx' \\ dy' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch \frac{w}{c} & sh \frac{w}{c} & 0 \\ sh \frac{w}{c} & ch \frac{w}{c} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{k}{d}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ch \frac{w}{c} & -sh \frac{w}{c} & 0 \\ -sh \frac{w}{c} & ch \frac{w}{c} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \end{pmatrix} ;$$

$$\begin{pmatrix} dt' \\ dx' \\ dy' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} \cdot ch \frac{w}{c} & e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh \frac{w}{c} & 0 \\ e^{\frac{k}{d}} \cdot sh \frac{w}{c} & e^{-\frac{k}{d}} \cdot ch \frac{w}{c} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ch \frac{w}{c} & -sh \frac{w}{c} & 0 \\ -sh \frac{w}{c} & ch \frac{w}{c} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \end{pmatrix} ;$$

$$\begin{pmatrix} dt' \\ dx' \\ dy' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} & (e^{-\frac{k}{d}} - e^{\frac{k}{d}}) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c} & 0 \\ (e^{\frac{k}{d}} - e^{-\frac{k}{d}}) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c} & e^{-\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{k}{d}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dt \\ dx \\ dy \end{pmatrix} .$$

A un instant donné ($dt' = 0$) on aura :

$$dt' = \left(e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} \right) \cdot dt + \left(e^{-\frac{k}{d}} - e^{\frac{k}{d}} \right) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c} \cdot dx = 0 ;$$

$$dt = \frac{\left(e^{\frac{k}{d}} - e^{-\frac{k}{d}} \right) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c}}{e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c}} \cdot dx .$$

Cette condition étant réalisée, calculons dx' et dy' en fonction de dx et dy :

$$dx' = \left(e^{\frac{k}{d}} - e^{-\frac{k}{d}} \right) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c} \cdot dt + \left(e^{-\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} \right) \cdot dx ;$$

$$dx' = \left(e^{\frac{k}{d}} - e^{-\frac{k}{d}} \right) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c} \cdot \frac{\left(e^{\frac{k}{d}} - e^{-\frac{k}{d}} \right) \cdot ch \frac{w}{c} \cdot sh \frac{w}{c}}{e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c}} \cdot dx + \left(e^{-\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} \right) \cdot dx ;$$

$$dx' = \frac{\left(e^{\frac{k}{d}} - e^{-\frac{k}{d}} \right)^2 \cdot ch^2 \frac{w}{c} \cdot sh^2 \frac{w}{c} + \left(e^{-\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} \right) \cdot \left(e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c} \right)}{e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c}} \cdot dx ;$$

$$dx' = \frac{\left(e^{\frac{2k}{d}} - 2 + e^{-\frac{2k}{d}} \right) \cdot ch^2 \frac{w}{c} \cdot sh^2 \frac{w}{c} - \left(e^{\frac{2k}{d}} + e^{-\frac{2k}{d}} \right) \cdot ch^2 \frac{w}{c} \cdot sh^2 \frac{w}{c} + ch^4 \frac{w}{c} + sh^4 \frac{w}{c}}{e^{\frac{k}{d}} \cdot ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}} \cdot sh^2 \frac{w}{c}} \cdot dx ;$$

$$dx' = \frac{ch^4 \frac{w}{c} - 2.ch^2 \frac{w}{c}.sh^2 \frac{w}{c} + sh^4 \frac{w}{c}}{e^{\frac{k}{d}}.ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}}.sh^2 \frac{w}{c}}.dx = \frac{(ch^2 \frac{w}{c} - sh^2 \frac{w}{c})^2}{e^{\frac{k}{d}}.ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}}.sh^2 \frac{w}{c}}.dx ;$$

$$dx' = \frac{dx}{e^{\frac{k}{d}}.ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{k}{d}}.sh^2 \frac{w}{c}} = \frac{e^{-\frac{k}{d}}.dx}{ch^2 \frac{w}{c} - e^{-\frac{2k}{d}}.sh^2 \frac{w}{c}} ;$$

$$dx' = \frac{e^{-\frac{k}{d}}.dx}{ch^2 \frac{w}{c} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2k}{d}} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right)} = e^{-\frac{k}{d}} \cdot \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - e^{-\frac{2k}{d}} \cdot \frac{v^2}{c^2}}.dx.$$

Pour $k \ll d$, on a : $e^{-\frac{2k}{d}} \approx 1 - \frac{2k}{d}$; de plus, on suppose que $v \ll c$; on a alors :

$$dx' \approx e^{-\frac{k}{d}} \cdot \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 - \left(1 - \frac{2k}{d}\right) \cdot \frac{v^2}{c^2}}.dx \approx e^{-\frac{k}{d}} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 + \left(1 - \frac{2k}{d}\right) \cdot \frac{v^2}{c^2}\right).dx ;$$

$$dx' \approx e^{-\frac{k}{d}} \cdot \left(1 - \frac{2k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right).dx.$$

D'autre part :

$$dy' = e^{-\frac{k}{d}}.dy.$$

On voit donc que, pour l'observateur immobile, la présence du corps de masse m , situé à la distance d et se déplaçant à la vitesse v selon l'axe des x , va biaiser l'estimation des distances locales : d'une part toutes ces distances (évaluées localement) vont être multipliées par le coefficient $e^{-\frac{k}{d}}$ (ce qu'on pouvait prévoir, d'après ce qui a été exposé dans la section "Gravitation relativiste et critère de Schild", au sujet de la dilatation/contraction des règles) ; mais, d'autre part, un autre effet, orienté dans la direction du déplacement, va se superposer au premier, puisque, dans cette direction particulière, les longueurs vont subir une seconde contraction, de coefficient $\left(1 - \frac{2k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right)$. C'est ce que j'appellerai l'effet de dilatation/contraction directionnelle de l'espace.

Bien entendu, cette contraction est directionnelle du point de vue de l'observateur immobile ; elle ne l'est pas du point de vue du corps émetteur.

Remarquons aussi que le sens du vecteur vitesse est indifférent : seules sa direction et son module interviennent.

Nous venons de voir comment ce corps distant en mouvement modifie, de manière infinitésimale, les règles de l'observateur. De la même manière, nous pouvons étudier comment il modifie ses horloges. Il faut reprendre le calcul qui précède, en remplaçant la condition $dt' = 0$ par $dx' = 0$, puis calculer dt' en

fonction de dt . On voit très vite qu'il s'agit du même calcul, dans lequel $\frac{k}{d}$ est remplacé par $-\frac{k}{d}$. On obtient :

$$dt' \approx e^{\frac{k}{d}} \cdot \left(1 + \frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2} \right) . dt.$$

Pour l'observateur distant, deux règles situées en P , qui auraient été de même longueur ($dx = dy$) sans l'intervention du corps émetteur M , vont sembler différentes ($dx' \neq dy'$) lorsque son influence se fait sentir au point P , le quotient étant :

$$\frac{dx'}{dy'} \approx 1 - \frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}.$$

Mais cette conclusion ne concerne pas seulement l'observateur distant : elle est valable pour tout observateur immobile (et l'immobilité gravitationnelle est elle-même une notion objective, définie rigoureusement, et mesurable); c'est donc une conclusion objective, non liée à un observateur particulier : sous l'effet de l'action gravitationnelle (même très faible) du corps M en mouvement, le quotient entre les longueurs dx et dy est réellement modifié. Si on considère le temps mis par la lumière pour aller d'une extrémité à l'autre de la règle dx , ou de la règle dy , ou le temps nécessaire pour faire un aller-retour (comme dans le cas des interféromètres utilisés pour détecter les ondes gravitationnelles), on voit que ce temps dépend de la vitesse $\vec{v}$ de l'émetteur, et de l'orientation de la règle par rapport à ce vecteur.

Cet effet de modification des règles et des horloges locales par un corps éloigné, en mouvement, va jouer un rôle central dans notre étude des ondes gravitationnelles.

11 La détection des ondes gravitationnelles

Les équations censées décrire le mouvement d'un système binaire en métrique de Ni :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \bar{E} = e^{-\frac{G.m}{r.c^2}} . ch \frac{w}{c} = c^{te} \\ 2) \bar{\mu} = e^{\frac{G.m}{r.c^2}} . r.sh \frac{w}{c} . sin \alpha = c^{te}, \end{array} \right.$$

ne prévoient évidemment aucune décroissance de l'énergie ou du moment cinétique du système. Donc elles ne prévoient pas d'ondes gravitationnelles dissipatrices d'énergie. Pourtant, il existe, sans aucun doute, un mécanisme de transfert d'énergie orbitale, ou d'énergie gravitationnelle. Sous ces termes, nous regroupons l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sous ses différentes formes, en particulier orbitale et de spin.

Nous venons de voir que l'énergie gravitationnelle totale d'un système double isolé dans l'espace peut être l'objet d'un réarrangement spontané (transformation d'une fraction de l'énergie orbitale en spin, donc en énergie de rotation individuelle des deux étoiles), sans modification du bilan énergétique total. Ce réarrangement peut être interprété en termes d'échanges d'énergie-impulsion entre les deux astres, sans intervention du reste de l'Univers.

Mais pour que des ondes gravitationnelles puissent être captées par des détecteurs tels que Ligo ou Virgo, il faut qu'il y ait un échange entre le système double et les détecteurs, donc entre ce système double et le reste de l'Univers.

Pour le moment, posons-nous seulement cette question préliminaire : comment la communication peut-elle s'établir entre le système double et les détecteurs ?

Il faut rappeler le principe de ces détecteurs : ils sont composés de deux bras perpendiculaires, de même longueur (plusieurs kilomètres), dans lesquels circulent des faisceaux lumineux. Le passage d'une onde gravitationnelle, entraînant une variation du potentiel, est susceptible de modifier la longueur de l'un des bras, par effet de "création d'espace". Une variation de la longueur relative des deux bras peut être détectée par interférométrie, mais si les deux bras subissent simultanément des variations identiques, la détection est impossible.

Or il semble, à première vue, que le passage d'une onde gravitationnelle "de Ni" devrait affecter les deux bras de la même façon, quelle que soit leur orientation : la dilatation de l'espace, en première approximation, est identique dans toutes les directions.

Mais il ne faut pas oublier le phénomène de "dilatation directionnelle de l'espace", qui a été décrit ci-dessus.

Imaginons que dx et dy soient les longueurs des deux bras d'un interféromètre (dans un repère supposé gravitationnellement immobile), initialement égales : $dx = dy$. Un corps massif (de masse m), éloigné (à la distance d), en mouvement rapide (de vitesse $\vec{v}$, parallèle au premier bras de l'interféromètre, perpendiculaire au second) modifie inégalement les longueurs des deux bras ; en effet, les longueurs modifiées dx' et dy' vérifieront :

$$dx' \approx e^{-\frac{k}{d}}.dx. \left(1 - \frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right).$$

$$dy' = e^{-\frac{k}{d}}.dy.$$

Nous avons posé $k = \frac{G.m}{c^2}$; nous avons négligé les termes en $\frac{v^4}{c^4}$.

On aura donc :

$$\frac{dx'}{dy'} \approx 1 - \frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2} ;$$

$$\frac{dx' - dy'}{dy'} = \frac{dx'}{dy'} - 1 \approx -\frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}.$$

Nous noterons δ cette quantité (la différence relative de longueur des deux bras de l'interféromètre) qui caractérise l'amplitude de la réponse de l'interféromètre au passage de l'onde :

$$\delta \approx \frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}.$$

Supposons maintenant que le corps massif tourne sur une orbite circulaire, que la direction de l'observateur terrestre soit perpendiculaire au plan de l'orbite, et que les deux bras de l'interféromètre soient situés dans un plan parallèle à celui de l'orbite. Dans ce cas, pour cet observateur, le vecteur $\vec{v}$ sera tournant, de période T , et affectera alternativement les deux bras de l'interféromètre, qui sembleront se dilater et se contracter alternativement avec une période $T' = \frac{T}{2}$. Si la direction de la Terre n'est pas perpendiculaire au plan de l'orbite, la conclusion est presque identique, à condition que le temps mis par le message gravitationnel pour parcourir le diamètre de l'orbite soit négligeable par rapport à T , ce qui est vrai pour $v \ll c$. Mais l'angle formé par chacun des bras de l'interféromètre avec le plan de l'orbite détermine sa réaction par rapport au signal (celle-ci étant proportionnelle au cosinus de l'angle). Il est donc souhaitable d'utiliser simultanément deux ou plusieurs interféromètres orientés de manière différente, pour pouvoir reconstituer l'amplitude réelle du signal.

Si nous considérons maintenant deux corps tournant autour de leur centre de gravité commun, leurs effets vont se cumuler, car le sens du vecteur vitesse n'intervient pas.

Supposons que ces deux corps soient de même masse $\frac{m}{2}$, et tournent sur une orbite circulaire de rayon $\frac{r}{2}$, à la vitesse v (évaluation de l'observateur distant). On a toujours $\delta = \frac{dx' - dy'}{dx'} \approx -\frac{2.k}{d} \cdot \frac{v^2}{c^2}$, avec $k = \frac{G.m}{c^2}$ (m étant la masse totale). Le mobile fictif (voir section sur les systèmes doubles) tourne sur une orbite de rayon r , à la vitesse $v_c = 2.v$ (évaluation de l'observateur distant). La période se calcule ainsi :

$$T = \frac{2.\pi.r}{v_{c(dist)}}.$$

Nous avons montré que :

$$\frac{v_c}{c} = \sqrt{\frac{k}{r-k}} \cdot e^{-\frac{2.k}{r}}, \text{ ce qui entraîne :}$$

$$T = \frac{2.\pi.r}{c} \cdot \sqrt{\frac{r-k}{k}} \cdot e^{\frac{2.k}{r}}.$$

En posant $x = \frac{r}{k}$, on pourra écrire :

$$\begin{aligned}\frac{v_{c(loc)}}{c} &= \frac{1}{\sqrt{x-1}} ; \\ \frac{v_{c(dist)}}{c} &= \frac{1}{\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}} ; \\ T_{dist} &= \frac{2.\pi.k.x}{c}.\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}.\end{aligned}$$

Remarquons que $\frac{k}{k_{\odot}} = \frac{m}{M_{\odot}}$ et que $k_{\odot} \approx 1,47 \text{ km}$, ce qui donne (en km) :

$$k \approx 1,47. \frac{m}{M_{\odot}}.$$

A partir d'ici, il est sous-entendu que toutes les distances seront exprimées en km ; les durées sont exprimées en secondes.

$$\begin{aligned}T_{dist} &\approx \frac{2.\pi.1,47}{300000}.\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}.x.\frac{m}{M_{\odot}} ; \\ T_{dist} &\approx 3,08.10^{-5}.\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}.x.\frac{m}{M_{\odot}} ; \\ \frac{m}{M_{\odot}} &\approx \frac{T_{dist}}{3,08.10^{-5}.\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}.x} ; \\ \frac{m}{M_{\odot}} &\approx \frac{3,2.10^4.T_{dist}}{\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}.x}.\end{aligned}$$

Nous allons maintenant évaluer l'amplitude du signal en fonction de la distance. On suppose que l'information se transmet sous forme quadrvectorielle, et le quadrivecteur en question, comme tout quadrivecteur lorentzien, conserve "en mémoire" une information de type rapidité, en l'occurrence la rapidité de l'émetteur au moment de l'émission. La vitesse v qui va intervenir dans le calcul est la vitesse circulaire de l'étoile émettrice évaluée par l'observateur distant ; ce qu'on peut écrire ainsi :

$$v = \frac{v_{c(dist)}}{2}.$$

On a donc :

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{4.(x-1).e^{\frac{2}{x}}} ; \\ \delta &= \frac{dx' - dy'}{dx'} \approx \frac{2.k}{d} \cdot \frac{1}{4.(x-1).e^{\frac{2}{x}}} ; \\ \delta &= \frac{dx' - dy'}{dx'} \approx \frac{2,94}{d} \cdot \frac{1}{4.(x-1).e^{\frac{2}{x}}} \cdot \frac{m}{M_{\odot}} ;\end{aligned}$$

$$d \approx \frac{2,94}{\delta} \cdot \frac{1}{4 \cdot (x-1) \cdot e^{\frac{2}{x}}} \cdot \frac{m}{M_{\odot}} \text{ (km)}.$$

Divisons par $3,086 \cdot 10^{19}$ pour convertir les kilomètres en mégaparsecs (Mpc) :

$$d \approx \frac{1}{\delta} \cdot \frac{95 \cdot 10^{-21}}{4 \cdot (x-1) \cdot e^{\frac{2}{x}}} \cdot \frac{m}{M_{\odot}} \text{ (Mpc)}.$$

Précisons le rôle de la notion d'immobilité dans notre raisonnement. Tout d'abord, nous nous sommes placés dans le repère de l'émetteur pour évaluer le champ gravitationnel qu'il produit, de la même façon que nous nous sommes placés dans le repère du Soleil pour calculer l'orbite des planètes du système solaire, ou dans un repère lié à l'une des étoiles d'un système binaire pour calculer l'orbite de la seconde étoile. Les formules permettant de calculer l'action gravitationnelle d'un corps massif sont valables seulement dans un repère lié à ce corps (qu'il soit gravitationnellement immobile ou non).

Ensuite, pour évaluer l'effet du message gravitationnel à l'arrivée, nous nous sommes placés dans un repère lié au détecteur (ou, si on préfère, à la Terre, ou au Soleil, car les vitesses locales susceptibles d'entrer en jeu sont faibles et/ou lentement variables par rapport à la vitesse de la source qui est à la fois élevée et rapidement variable). Nous supposons ce repère gravitationnellement immobile, au moins en première approximation. Nous nous mettons à la place des techniciens qui évaluent la longueur des bras de l'interféromètre avec leurs faisceaux laser. Pour comparer la longueur de ces bras, il est indispensable d'être immobile par rapport à l'interféromètre. C'est ce changement de repère qui fait apparaître une distorsion, qui dépend de l'orientation du vecteur vitesse par rapport aux deux bras de l'interféromètre. Remarquons bien que ces calculs ne font pas intervenir la vitesse de propagation de la gravité, ni la nature ondulatoire du champ. On pourrait dire que les détecteurs d'ondes gravitationnelles sont conçus pour détecter de brusques modifications du champ.

12 Confrontation avec les observations

Pour tester l'approche qui vient d'être proposée, examinons les comptes-rendus des événements de type "GW" (gravitational waves) enregistrés par les interféromètres Ligo et Virgo, interprétés comme la signature de coalescences d'objets compacts : trous noirs ou étoiles à neutrons. Nous recherchons la courbe établie par les scientifiques pour traduire la vibration de l'interféromètre, c'est-à-dire la différence relative des longueurs des deux bras (δ) en fonction du temps. Nous mesurons la double-période minimale de l'onde, au plus près de la coalescence (n'oublions pas que, pendant que le système parcourt un tour d'orbite, l'onde passe deux fois par son maximum et par son minimum) et la demi-amplitude maximale (car δ représente la dilatation de l'un des bras par rapport à sa longueur initiale, mais lorsque c'est l'autre bras qui se dilate, la

dilatation du premier relativement au second est comptabilisée négativement). Malheureusement, les publications disponibles ne fournissent pas toujours la courbe souhaitée, avec des unités concordantes.

Voici quelques exemples de coalescences de trous noirs (ou gris ?). Rappelons que dans notre introduction nous avons supposé que les deux corps étaient de même masse : $m_1 = m_2 = \frac{m}{2}$ (m étant la masse totale du système). On a : $k_1 = \frac{G.m_1}{c^2}$, $k_2 = \frac{G.m_2}{c^2}$, $k = \frac{G.m}{c^2} = k_1 + k_2$. Les deux corps orbitent autour de leur centre de gravité sur des orbites circulaires de même rayon : $r_1 = r_2 = \frac{r}{2}$, ou r est la distance des centres. En théorie, la collision se produit lorsque les deux sphères de Schwarzschild, de rayons $2.k_1$ et $2.k_2$, entrent en contact, donc lorsque $r = 2.k_1 + 2.k_2 = 2.k$. Comme nous avons noté $x = \frac{r}{k}$, on doit avoir alors $x = 2$. Dans les faits, on admet que les sphères de Schwarzschild sont déformées par l'effet de marée, ce qui fait que la collision va avoir lieu légèrement plus tôt. Prenons la valeur $x = 2,5$ comme vraisemblable, et remplaçons donc x par 2,5 dans nos formules :

$$\sqrt{x-1}.e^{\frac{2}{x}}.x = \sqrt{2,5-1}.e^{\frac{2}{2,5}}.2,5 = \sqrt{1,5}.e^{0,8}.2,5 \approx 6,814 ;$$

$$\frac{m}{M_{\odot}} \approx \frac{3,2.10^4.T_{dist}}{6,814} ;$$

$$\frac{m}{M_{\odot}} \approx 0,47.10^4.T_{dist}.$$

$$4.(x-1).e^{\frac{2}{x}} = 4.1,5.e^{\frac{2}{2,5}} = 6.e^{0,8} \approx 13,35 ;$$

$$d \approx \frac{1}{\delta} \cdot \frac{95.10^{-21}}{13,35} \cdot \frac{m}{M_{\odot}} ;$$

$$d \approx \frac{1}{\delta} \cdot 7,11.10^{-21} \cdot \frac{m}{M_{\odot}}.$$

Voici quelques exemples extraits des enregistrements figurant dans le premier catalogue d'ondes gravitationnelles publié par la coopération Ligo / Virgo (Gravitational-Wave Transient Catalog-1). Nous choisissons ceux pour lesquels nous avons les informations les plus précises :

Exemple 1 : GW150914.

D'après la courbe publiée, on aurait $T_{dist} \approx 0,013$ s et $\delta \approx 1,1.10^{-21}$ (très approximativement !), ce qui donne, d'après nos formules :

$$m \approx 0,47.10^4.0,013 M_{\odot} \approx 61 M_{\odot} ;$$

$$d \approx \frac{1}{1,1.10^{-21}} \cdot 7,11.10^{-21} \cdot 61 \approx 394 \text{ Mpc}.$$

Les valeurs admises par les chercheurs des équipes Ligo et Virgo sont, avec une large marge d'erreur :

$$m \approx 65 M_{\odot} \text{ et } d \approx 410 \text{ Mpc}.$$

Exemple 2 : GW170104.

D'après la courbe publiée, on aurait $T_{dist} \approx 0,012$ s et $\delta \approx 0,5.10^{-21}$ (toujours très approximativement), ce qui donne, d'après nos formules :

$$m \approx 0,47.10^4.0,012 M_{\odot} \approx 56 M_{\odot} ;$$

$$d \approx \frac{1}{0,5.10^{-21}}.7,11.10^{-21}.56 \approx 800 \text{ Mpc}.$$

Les valeurs admises par les chercheurs des équipes Ligo et Virgo sont, avec une large marge d'erreur :

$$m \approx 50 M_{\odot} \text{ et } d \approx 880 \text{ Mpc}.$$

Exemple 3 : GW170814.

D'après la courbe publiée, on aurait $T_{dist} \approx 0,01$ s et $\delta \approx 0,6.10^{-21}$ (toujours aussi approximativement), ce qui donne, d'après nos formules :

$$m \approx 0,47.10^4.0,01 M_{\odot} \approx 47 M_{\odot} ;$$

$$d \approx \frac{1}{0,6.10^{-21}}.7,11.10^{-21}.47 \approx 557 \text{ Mpc}.$$

Les valeurs admises par les chercheurs des équipes Ligo et Virgo sont, avec une large marge d'erreur :

$$m \approx 55 M_{\odot} \text{ et } d \approx 540 \text{ Mpc}.$$

Exemple 4 : GW170817.

Cet événement est hors norme, comme on peut le voir immédiatement en consultant la figure précédente. De plus, à l'instant précis de la détection du signal gravitationnel, un flash lumineux a été enregistré dans la galaxie NGC4993 (ou tout au moins dans sa direction). Tout porte à penser que ces deux phénomènes sont liés. Selon les scientifiques qui travaillent pour Ligo et Virgo, il s'agirait d'une coalescence de deux étoiles à neutrons.

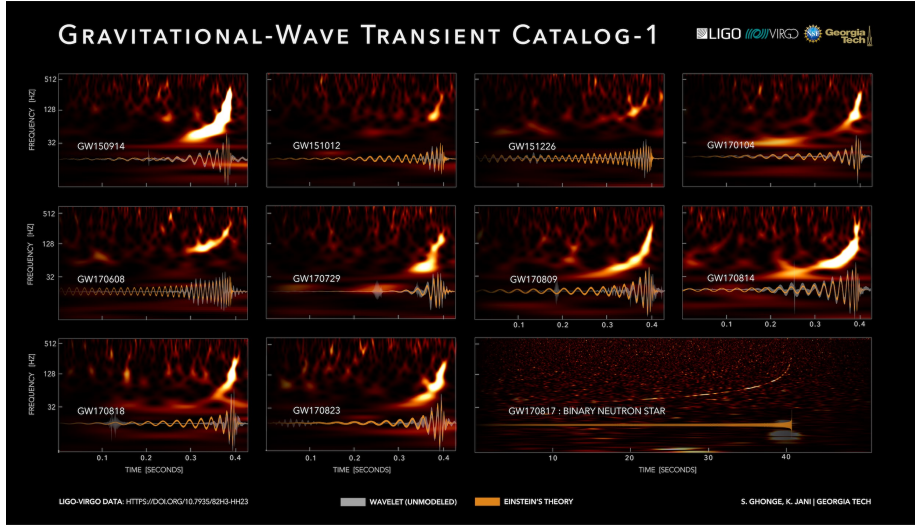
La lecture des enregistrements publiés est loin d'être facile, car ils sont "normalisés" selon des procédures peu claires.

Les conclusions publiées par les chercheurs des équipes Ligo et Virgo sont les suivantes (avec une large marge d'erreur) :

$$m \approx 2,74 M_{\odot} \text{ et } d \approx 40 \text{ Mpc}.$$

Il faut remarquer que cette distance : $d \approx 40 \text{ Mpc}$, correspond assez bien à celle de la galaxie NGC4993.

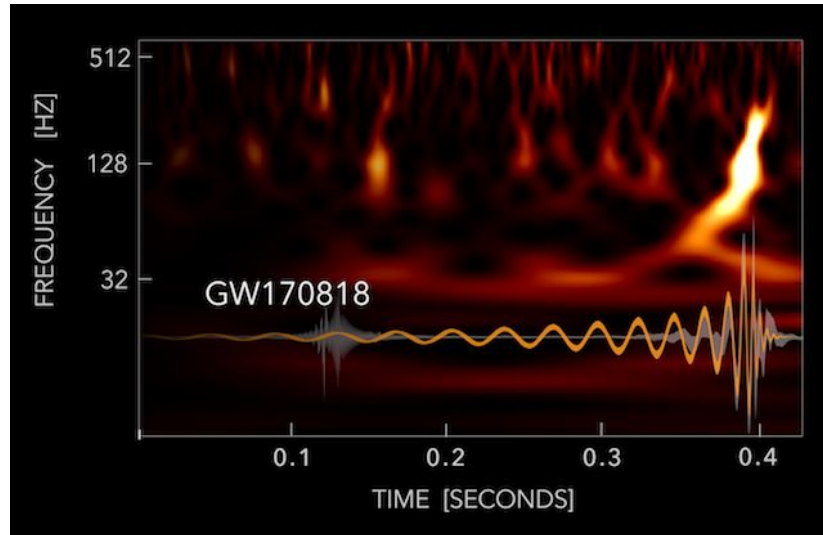
La valeur de x que nous avons utilisée jusqu'ici ($x = 2,5$) était adaptée à des trous noirs. Essayons de l'adapter aux étoiles à neutrons. Pour une étoile à neutrons de rayon $r_0 = 14$ km, on a : $k \approx 2$ km ; donc $r_0 \approx 7.k$. On a nécessairement $r > r_0$, donc : $x = \frac{r}{k} > \frac{r_0}{k} = 7$. La valeur de x pourrait être de l'ordre de 8 au pic du signal. En supposant que les estimations de la masse totale ($m \approx 2,7 M_\odot$) et de la distance ($d \approx 40$ Mpc) publiées par les équipes responsables soient correctes, alors, selon nos équations, on devrait avoir : $T \approx 0,0024$ s et $\delta \approx 0,185.10^{-21}$. Ceci pourrait être cohérent avec les observations : il semble que la fréquence au pic de l'enregistrement soit de l'ordre de 400 Hz ($T \approx 0,0025$ s) ; d'autre part, l'article original mentionne une amplitude du message de l'ordre de 10^{-22} , ce qui correspond, si nous interprétons correctement, à $\delta \approx 2.10^{-22} = 0,2.10^{-21}$. Sous toutes réserves... Pour $T \approx 0,0025$ (400 Hz) et $\delta \approx 0,2.10^{-21}$ (toujours avec $x = 8$), on obtiendrait : $m \approx 2,9 M_\odot$ et $d \approx 39$ Mpc.



Actuellement, l'intensité de la plupart de ces ondes gravitationnelles est à la limite de la sensibilité des instruments utilisés (Ligo, Virgo) et les courbes publiées sont des reconstitutions très hypothétiques. On doit considérer que les masses et les distances calculées ne donnent qu'un ordre de grandeur. Dans l'exemple 4, c'est particulièrement vrai, puisque l'intensité du signal est inférieure au bruit de fond, ce qui fait que son extraction nécessite un logiciel spécial, programmé en fonction de ce qu'on s'attend à trouver, d'après les modèles basés sur une approche conventionnelle. De plus, dans cette gamme de fréquence et d'intensité du signal, la précision des conclusions (masse des deux étoiles, distance) est beaucoup plus dépendante de la précision des observations, qui est évidemment très mauvaise. Mais on disposera probablement dans quelques années de données suffisamment précises pour départager les différentes approches.

13 Autres problèmes

Observons l'enregistrement de l'événement GW170818.



La courbe en gris correspond au signal fourni par le détecteur, traité selon la méthode bayésienne pour l'extraire du bruit de fond. La courbe jaune est la courbe théorique calculée selon la relativité générale, sélectionnée pour coïncider de la manière la plus satisfaisante possible avec l'enregistrement brut.

On peut constater deux différences très étonnantes entre la courbe théorique (jaune) et l'enregistrement brut (gris).

La première différence est que, dans la partie centrale du diagramme, l'enregistrement est complètement plat, alors que la courbe théorique montre une sinusoïde très régulière et bien marquée.

La seconde différence est que l'enregistrement fait apparaître une première salve de vibrations avant la salve principale, une sorte de signe avant-coureur rappelant les "précurseurs" des ondes sismiques ; mais ce précurseur n'est pas prévu par la théorie.

Comme ces deux anomalies se retrouvent sur de nombreux enregistrements, il est indispensable de les interpréter. Voici les pistes que nous proposons. Elles se basent sur l'idée d'échanges d'énergie-impulsion d'une part entre les deux astres, d'autre part entre ces astres et le reste de l'Univers, selon un principe de vases communicants.

Commençons par le premier problème. C'est peut-être un faux problème : il est possible que le logiciel de traitement du signal n'ait pas réussi à l'extraire du bruit de fond, et qu'il ait fourni, à défaut, un enregistrement plat en dehors des phases d'activité intense. Mais l'étude de l'ensemble des enregistrements laisse penser que ce problème pourrait bien être réel. Si c'est le cas, on doit en conclure que le modèle basé sur la relativité générale surestime beaucoup l'émission, par les systèmes binaires, d'ondes gravitationnelles porteuses d'énergie, en dehors de la phase de coalescence proprement dite. Ceci signifie que, dans la phase calme précédant la fusion des deux astres, il n'y a pas (ou très peu) de transfert d'énergie du couple binaire vers l'Univers lointain : en effet, pendant cette phase, les détecteurs situés sur Terre ne captent rien. Comme nous savons, par ailleurs, que ces couples perdent régulièrement de l'énergie orbitale (puisqu'ils se resserrent, comme on l'a vu dans le cas de *PSR 1913+16*), on est forcé d'admettre, nous semble-t-il, que l'essentiel de cette énergie orbitale est transférée au spin individuel des deux astres, selon le principe développé dans la section "L'hypothèse du transfert de moment cinétique". Ce mécanisme doit être suffisamment efficace pour recycler en temps réel toute (ou presque toute) l'énergie du couple, ainsi que son moment cinétique, en interne, sans que le monde extérieur en soit informé. En résumé, on pourrait dire : un système binaire, dans une phase stable de son évolution, n'émet aucune onde gravitationnelle au sens de la relativité générale.

Passons maintenant au second problème. Lorsque deux "trous noirs" (sous-entendu : "ou gris") se rapprochent l'un de l'autre, comment entrent-ils en contact ? Nous admettons l'hypothèse qui décrit un tore de gaz tourbillonnant à grande vitesse autour de chacun d'eux ; nous avons calculé le rayon de l'orbite d'énergie minimale : $r_{min} = 3.r_s = 6.k$ dans le cas de la métrique de Schwarzschild, $r_{min} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}.r_s = (3+\sqrt{5}).k \approx 4,7.k$ pour la métrique de Ni. On s'attend à trouver des tores se concentrant principalement autour de ces valeurs, mais avec une répartition plus ou moins irrégulière.

Le premier contact entre les deux astres se fait par l'intermédiaire des nuages de gaz les plus externes. Ce contact doit être particulièrement violent, en raison de la vitesse de ces nuages, et plus encore s'ils se percutent frontalement (c'est le cas si les spins sont parallèles et de même sens, ce qui est une conséquence logique du phénomène de transfert du moment cinétique). On peut penser que les deux tores vont entrer ensuite dans une phase chaotique : l'ordre qui s'était mis en place est brisé presque instantanément, l'énergie cinétique des nuages est libérée, une partie de la matière est absorbée par les "trous noirs" qui fusionnent, un nouveau tore se forme mais appauvri et ralenti. L'énergie totale du système va être amputée d'une fraction non négligeable : d'une part, la fusion des "trous noirs" est associée à une perte d'énergie potentielle ; d'autre part, la fusion des tores de gaz s'accompagne d'une perte d'énergie cinétique. Ce profond remaniement, contrairement au "transfert de moment cinétique", se fait dans le désordre, et aucun mécanisme ne permet le recyclage systématique de l'énergie

"en interne". C'est donc dans la relation avec le monde extérieur que cette énergie va être recyclée. On peut supposer que la première salve de vibrations du détecteur signale le contact des premiers nuages, la seconde, quelques dixièmes de seconde plus tard, la brutale refonte des tores de gaz et la fusion des deux astres.

Profitions-en pour revenir sur le calcul que nous avons proposé, concernant la détection des ondes gravitationnelles. Nous avons calculé l'effet produit sur le détecteur par une étoile tournant sur une orbite circulaire. Ce calcul supposait une interaction directe entre cette étoile et le détecteur, supposés isolés dans l'espace. Ensuite nous avons dit : s'il y a deux étoiles le même masse tournant sur la même orbite, alors il suffit de multiplier l'effet par deux. Nous voyons maintenant que ce n'est pas exact : s'il y a deux étoiles, alors elles ne peuvent pas être considérées comme gravitationnellement indépendantes ; elles forment un "système", et possèdent des propriétés partagées. L'interaction principale est celle qui les lie entre elles, et l'interaction avec le reste de l'Univers est reléguée au second plan. Un objet lointain ne peut pas interagir avec l'une des deux étoiles sans interagir avec l'autre. En termes de fonction d'onde, on pourrait dire que le couple partage une fonction d'onde commune. Du point de vue d'un observateur distant (situé, par exemple, sur la Terre), c'est le champ produit globalement par l'ensemble du système qui doit être pris en compte. Même si chaque étoile est en mouvement, le système reste globalement immobile par rapport à l'observateur. Le raisonnement que nous avons fait dans la section sur la détection des ondes gravitationnelles n'est pas adapté à cette situation : le mouvement orbital des deux étoiles autour de leur centre de gravité commun correspond à une situation d'équilibre qui peut être assimilée à un "non-événement". Tout change avec la "catastrophe" : la collision qui brise les liens privilégiés qui s'étaient établis entre les différentes parties du système. Chacune, reprenant temporairement son indépendance, peut interagir individuellement avec le reste de l'Univers.

Encore une remarque sur l'ordre et le désordre. Lorsqu'une étoile tourne sur elle-même, les mouvements des particules qui la composent sont ordonnés. Si une particule lointaine interagit avec l'une d'elles, elle interagit, indirectement, avec l'ensemble. Pour étudier une telle interaction, il faut considérer l'étoile comme un tout (c'est ce que nous avons fait dans l'hypothèse du transfert de moment cinétique). De même, un système double est un tout ordonné. Au moment de la coalescence de deux "trous noirs", il y a un retour passager au désordre ; chaque particule peut alors, pendant quelques secondes (ou dixièmes de seconde ?), communiquer directement avec le monde extérieur, sans passer par la structure à laquelle elle appartenait : cette structure est temporairement abolie.

Le champ gravitationnel, comme les autres champs quantiques, indique des possibilités (et non des obligations) d'interaction. Quand une interaction a lieu, d'autres sont aussitôt interdites, comme par un phénomène de vases communicants. C'est le principe de l'effondrement de la fonction d'onde qui dirige le ballet.

14 Réflexions sur la notion d'onde gravitationnelle

Les ondes gravitationnelles, telles que nous les avons introduites, sont des modifications des règles et des horloges locales, qui se transmettent de proche en proche dans le vide quantique. Mais les particules virtuelles qui peuplent le vide ne possèdent pas une énergie-impulsion réelle : ce n'est qu'une énergie-impulsion virtuelle. En ce sens, on pourrait dire que les ondes gravitationnelles ne possèdent pas d'énergie propre ; mais elles jouent le rôle de support aux échanges d'énergie entre corps réels. Cette énergie-impulsion virtuelle doit être conçue selon les lois de la mécanique quantique : tout d'abord, elle devrait être modélisée en termes probabilistes ; ensuite, elle obéit certainement aux règles quantiques comme la non-localité. Mais surtout l'onde gravitationnelle est une onde au sens quantique, qui respecte très probablement ce phénomène si étonnant qu'on appelle "réduction de la fonction d'onde". En termes concrets, ceci signifie que, si l'onde a puisé de l'énergie (par exemple de l'énergie orbitale d'un système double), alors elle va la restituer ailleurs, sous une autre forme (par exemple sous forme de spin des étoiles constituant ce couple). Une fois que cette énergie a été restituée, elle ne peut pas être restituée une seconde fois, en raison de la réduction de la fonction d'onde. L'onde toute entière, quelle que soit son étendue spatiale, est instantanément informée que la restitution a été faite, et n'est plus à faire. L'information n'est pas localisée : elle est globale.

La présentation qui est souvent faite des ondes gravitationnelles pourrait faire croire que l'accélération séculaire des pulsars binaires, et surtout la coalescence des systèmes doubles, révèle une perte d'énergie orbitale, qui serait emportée par les ondes gravitationnelles, et irait se perdre dans l'espace. En réalité, il est probable qu'elle va se retrouver intégralement ailleurs, sous une forme très classique, et que l'onde n'aura joué qu'un rôle éphémère dans sa transmission.

Rappelons notre définition de la physique quantique : nous avons dit que sa vocation est de décrire le comportement individuel des photons (ou autres quanta), autrement dit les échanges minimaux d'énergie-impulsion. Son rôle est de décrire ce qui est petit, non pas dans l'espace et le temps (un échange de photon entre deux atomes situées dans des galaxies éloignées peut faire intervenir des distances de plusieurs milliards d'années-lumière, donc des durées de plusieurs milliards d'années), mais dans l'échelle des transferts d'énergie. On dit trop souvent que la physique quantique doit s'occuper du domaine du microscopique, la physique classique du domaine du macroscopique. Si on souhaite continuer à utiliser ce vocabulaire, il faut redéfinir les mots : microscopique pour "échanges élémentaires", macroscopique pour "échanges complexes". Pour

traiter les échanges complexes, la notion de force est évidemment l'outil privilégié, mais on doit garder à l'esprit que sa légitimité est fondée sur la loi des grands nombres, donc sur les probabilités. Dans ce contexte, on peut considérer qu'une onde gravitationnelle, dont la signification est d'abord virtuelle et quantique, peut très bien, au niveau "macroscopique", être un vecteur d'échanges d'énergie-impulsion, soumis à des règles très classiques, avec ses lois de conservation usuelles.

Dans la section sur l'hypothèse du transfert de moment cinétique, nous faisons l'hypothèse que l'énergie orbitale du système double est convertie en spin. C'est une hypothèse assez raisonnable, qui ne remet pas du tout en cause la notion d'onde gravitationnelle. On pourrait dire que, pour capter une onde, il faut une antenne, c'est-à-dire un dispositif capable de réagir à son passage. Le spin des deux étoiles constitue une antenne; nous avons raisonné comme si c'était une antenne parfaite, capable de capter l'intégralité de l'information transmise par l'onde (au moins dans le cas des étoiles à neutrons). Mais elle peut aussi laisser échapper une partie de l'information, qui sera alors récupérée par exemple sous forme de chaleur dans le cas des naines blanches binaires, ou sous une autre forme, par d'autres corps (ou systèmes) beaucoup plus éloignés. L'énergie orbitale perdue par un système doit se retrouver soit sous forme de spin, soit sous une autre forme : l'une des clés est l'interaction avec le monde extérieur.

S'il pouvait exister un système double totalement isolé dans l'espace (ce qui suppose l'absence de tout autre corps dans l'Univers), ce système étant formé de deux corps ponctuels (donc dépourvus de spin), alors, d'après ces hypothèses, son énergie orbitale serait constante; en effet, aucun échange d'énergie avec l'extérieur n'étant possible, il y aurait une conservation parfaite, et les ondes gravitationnelles seraient sans effet.

Encore une remarque sur les ondes gravitationnelles, telles qu'elles sont conçues ici. Elles sont très différentes des ondes électromagnétiques, mais elles ont avec elles un point commun : elles peuvent se propager dans le vide (ce qui n'est pas le cas, par exemple, des ondes sonores). Elles sont donc transmises par le vide quantique; autrement dit, elles sont une expression du fonctionnement du vide quantique. Ceci signifie qu'on ne peut pas comprendre la gravitation en mettant entre parenthèses son aspect quantique, et ceci à toutes les échelles (et pas seulement à l'échelle de l'"infinitement petit"). D'abord virtuelles, les ondes gravitationnelles gèrent des échanges élémentaires, donc quantiques, qui, au niveau complexe ("macroscopique"), donnent des lois classiques.